

Анализ значимости и конфликтности позиций партий при голосовании методами теории неаддитивных мер

А.Е. Лепский, В.Д. Смолев

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
г. Москва

Распространённой системой выборов депутатов в парламент является выбор по партийным спискам. Для удобства граждан, в некоторых странах проводятся интернет-опросы, в которых политические партии перед выборами в парламент озвучивают свою точку зрения на некоторые актуальные для избирателей вопросы. Например, такой сервис хорошо развит в Германии [Сервис опроса]. Данные подобных сервисов и их сопоставление с итогами последующих выборов анализируются как политологами, так и специалистами по анализу данных [Tangian 2014]. Например, представляют интерес следующие вопросы: 1) значимы ли позиции партий по вопросам, сформулированным в интернет-опросах (а они формируются по результатам голосования за них избирателей), для результатов последующего голосования в парламент? 2) как выявить группы действительно значимых вопросов? 3) как оценить согласованность или конфликтность позиций партий по значимым вопросам? Последний вопрос важен, например, для оценки возможности создания коалиций.

Все эти вопросы широко обсуждаются в политологической литературе. Например, в [Harmel et al. 1995, Bernauer & Brauningner 2008] анализируются согласованности голосований между фракциями или внутри фракций. Существуют различные (прежде всего теоретико-игровые) модели формирования и функционирования фракций и коалиций [Schofield 1987, Levy 2004, Landa & Meirowitz 2009, Persico et al. 2011, Савватеев 2013]. Возможность создания коалиций часто рассматривается при анализе коалиционной устойчивости [Aleskerov et al. 2000] или структурной устойчивости [Алескеров и др. 2007].

В заявляемом докладе приведены результаты другого подхода. А именно, с точки зрения анализа данных приведенные выше вопросы имеют функционально-множественный характер – значимость необходимо рассматривать не для отдельных вопросов, а на подмножествах вопросов, поскольку возможен «синергетический» эффект значимости некоторых групп вопросов. Поэтому для ответа на этот вопрос необходимо использовать соответствующий инструментарий. Таким инструментарием, на наш взгляд, может быть теория неаддитивных мер [Wang & Klir 2009], которые учитывают «синергетический» эффект отдельных подмножеств, а также некоторые методы теории свидетельств [Dempster 1967, Shafer 1976].

В докладе приведены результаты исследования на примере интернет-опросов в Германии перед выборами в Бундестаг в 2013г. [Официальный сайт Бундестага]. В исследовании рассмотрены и решены следующие задачи.

1. Задача оценки значимости позиций по отдельным вопросам для голосования.

Пусть имеется n партий, которые на выборах набрали p_1, \dots, p_n голосов соответственно. Имеется список из s вопросов $N_s = \{1, \dots, s\}$, по которым все партии до выборов озвучили свои позиции, 2^{N_s} – множество всех подмножеств списка вопросов. Необходимо определить значимость $m(A)$ того или иного множества вопросов $A \in 2^{N_s}$ для голосования, т.е. необходимо найти значения $m(A)$, $A \in 2^{N_s}$ – доли голосов избирателей, поддерживающих вопросы множества A , $\sum_A m(A) = 1$, $m(A) \geq 0$ для всех $A \in 2^{N_s}$.

Пусть

$$v_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{если } i \in \{1, \dots, s\} \text{ и } k\text{-я партия ответила "да" на } i\text{-й вопрос,} \\ 1, & \text{если } i \in \{s+1, \dots, 2s\} \text{ и } k\text{-я партия ответила "нет" на } (i-s)\text{-й вопрос,} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$k = 1, \dots, n, \quad i = 1, \dots, 2s,$$

и $V_k = (v_{k,1}, \dots, v_{k,s}, v_{k,s+1}, \dots, v_{k,2s})$ – профиль ответов на вопросы k -й партии. Тогда величина

$$C(V_k) = \sum_A m(A) \min_{i \in A} \{v_{ki}\} \quad (1)$$

характеризует потенциальное число избирателей k -й партии. Необходимо найти такие значения $\{m(A)\}$, чтобы $\frac{C(V_k)}{C(V_j)} \approx \frac{p_k}{p_j}$ для любых пар индексов

$k, j \in \{1, \dots, n\}$. Для последнего условия можно рассмотреть некоторые критерии минимизации. Например,

$$K_1 = \max_i |p_{i+1}C(V_i) - p_iC(V_{i+1})| \quad \text{или} \quad K_2 = \sum_i (p_{i+1}C(V_i) - p_iC(V_{i+1}))^2.$$

Таким образом, необходимо найти значения $\{m(A) : A \in 2^{N_s}\}$, удовлетворяющие условиям

$$\sum_A m(A) = 1, \quad m(A) \geq 0 \quad \text{для всех } A \in 2^{N_s}$$

и минимизирующие критерий K . В случае $K = K_2$ это задача квадратичного программирования.

В теории неаддитивных мер [Wang & Klir 2009] выражение (1) называют интегралом Шоке [Choquet 1953] по мере $Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B)$ (так называемая мера доверия в теории свидетельств) от функции $V_k = (v_{k1}, \dots, v_{ks})$.

2. Задача оценка значимости позиций отдельных партий для голосования.

Рассмотрим проекции свидетельства значимости позиций для результатов голосования на профиль отдельных партий.

Будем говорить, что подмножество $A \in 2^{N_s}$ содержится в профиле k -й партии V_k (и обозначать это $A \subseteq V_k$), если $\forall i \in A : v_{ki} = 1$. Пусть $\mathcal{A}_k = \{A \in \mathcal{A} : A \subseteq V_k\}$ – проекция фокальных элементов на профиль k -й пар-

тии и $m_k(A) = m(A)$, если $A \in \mathcal{A}_k$. Величина $m_k(A)$ характеризует электоральную значимость для k -й партии позиции по множеству вопросов $A \in \mathcal{A}_k$. Пусть $m_k(\emptyset) = 1 - \sum_{A \in \mathcal{A}_k} m_k(A)$. Тогда величина $m_k(\emptyset)$ характеризует степень незначимости для выборов позиции k -й партии. Если $m_k(\emptyset) = 1$, то позиция партии по списку вопросов незначима для выборов. Если же $m_k(\emptyset) = 0$, то позиция партии по всем вопросам значима для победы на выборах.

3. Задача оценки конфликтности позиций партий по значимым вопросам.

Пусть $\{E_k\}$, $E_k = (m_k, \mathcal{A}_k)$ – множество тел свидетельств партий об электоральной значимости их позиций, построенные при решении предыдущей задачи (здесь вообще говоря $\sum_{A \in \mathcal{A}_k} m_k(A) \leq 1$). При принятии решений о создании коалиций или других совместных действий важное значение приобретает анализ близости позиций партий по ключевым вопросам. В рамках теории функций доверия это можно сделать, проанализировав конфликтность между свидетельствами E_k двух и более партий. Для анализа конфликтности позиций партий можно использовать понятие меры конфликта. Простейшей (и исторически первой) такой мерой является мера конфликта, связанная с правилом комбинирования Демпстера [Dempster 1967], которая вычисляется по формуле

$$K(E_i, E_j) = \sum_{A \cap B = \emptyset} m_i(A) m_j(B).$$

Мера конфликта K принимает значения из промежутка $[0, 1]$. Значение $K = 1$ означает, что позиции партий по всем вопросам и их различным значимым для голосования комбинациям не пересекаются. А значение $K = 0$ означает, что у партий нет значимых для голосования непересекающихся позиций.

В докладе приведены результаты анализа данных по сформулированным выше вопросам по интернет-данным и результатам выборов в Бундестаг в 2013г.

Список используемых источников

1. Алескеров Ф.Т., Соколова А.В., Благовещенский Н.Ю., Сатаров Г.А., Якуба В.И. Влияние и структурная устойчивость в российском парламенте (1905-1917 и 1993-2005 гг.). - М: Физматлит, 2007.
2. Официальный сайт Бундестага <http://www.bundestag.de/> (дата обращения: 24.04.2018).
3. Савватеев А.В. Анализ коалиционной устойчивости «биполярного мира»// Журнал Новой экономической ассоциации, 2013, №1(17), с.10-43.
4. Сервис опроса граждан <http://www.bpb.de/politik/> (дата обращения: 24.04.2018)

5. Aleskerov F., Ersel H., Sabuncu Y. Power and coalitional stability in the Turkish Parliament (1991-1999)// *Turkish Studies*, 2000, v.1, no.2, pp.21-38.
6. Bernauer J., Brauninger T. Intra-Party Preference Heterogeneity and Faction Membership in the 15th German Bundestag: A Computational Text Analysis of Parliamentary Speeches// *German Politics*, 2008, 18(3), pp.385-402.
7. Dempster A.P. Upper and lower probabilities induced by multivalued mapping// *Ann. Math. Statist.*, 1967, v.38, pp.325-339.
8. Harmel R., Uk H., Tan A., Janda K. Performance, Leadership, Factions, and Party Change: An Empirical Analysis// *West European Politics*, 1995, 18(1), pp.1-33.
9. Landa D., Meirowitz A. Game Theory, Information, and Deliberative Democracy// *American Journal of Political Science*, 2009, 53(2), pp.427-444.
10. Levy G. A Model of Political Parties// *Journal of Economic Theory*, 2004, 115(2), pp.250-277.
11. [Persico et al. 2011] Persico N., Rodriguez-Pueblita J., D. Silverman D. Factions and Political Competition// *Journal of Political Economy*, 2011, 2, pp.242-288.
12. [Shafer 1976] Shafer G. A mathematical theory of evidence. - Princeton University Press, Princeton, N.J., 1976.
13. Schofield N. Stability of coalition governments in Western Europe: 1945-1986// *European Journal of Political Economy*, Elsevier, 1987, vol.3(4), pp.555-591.
14. Tangian A. *Mathematical Theory of Democracy*. - Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2014.
15. Wang Z., Klir G. *Generalized Measure Theory*. – Springer, 2009.