

Экстраполяция тренда, комбинирование прогнозов и доверительное множество моделей: инструменты для повышения точности предсказания цены электроэнергии?[☆]

Афанасьев Д.О.^{а,*}, Федорова Е.А.^{б,а}

^а *Финансовый университет при Правительстве РФ, Ленинградский проспект 49, Москва, Россия*

^б *Национальный исследовательский университет Высшая Школа Экономики, ул. Мясницкая 20, Москва, Россия*

В связи с активным переходом к рыночным механизмам в секторе оптовой электроэнергетики в последние 25-30 лет, прогнозирование цены стало одной из наиболее актуальных и, вместе с тем, достаточно сложных, задач, решаемых в рамках операционной деятельности генерирующих компаний и крупных потребителей (Eydeland и Wolyniec, 2012; Weron, 2014). Все чаще финансовыми службами субъектов рынка предъявляются высокие требования к точности прогнозов, как одного из факторов принятия решений. Учитывая это, в данном исследовании мы затрагиваем вопросы повышения аккуратности краткосрочного прогноза цены за счет применения современных математических инструментов, которые все чаще используются в других экономических сферах, но пока нашли достаточно редкое применение в области электроэнергетики.

Вклад нашей работы в существующую литературу по данной тематике заключается в следующем:

1. Мы применяем адаптивный метод выделения долгосрочной сезонной составляющей, основанный на двух алгоритмах декомпозиции на эмпирические моды – EMD и CEEMDAN (Huang и др., 1998; Colominas и др., 2012; Afanasyev и Fedorova, 2016) совместно с классом моделей SCARX Nowotarski и Weron

(2016), а также сравниваем его с вейвлет-сглаживанием (Nowotarski и др., 2013) и HP-фильтром (Hodrick и Prescott, 1997).

2. Мы используем комбинирование прогнозов (КП) индивидуальных SCARX-моделей для потенциального повышения точности (Raviv и др., 2013; Bordignon и др., 2013; Nowotarski и др., 2014) и преодоления проблемы априорного выбора параметров методов сглаживания, а также сравниваем прогностическую способность 7и схем КП с динамически определяемой лучшей индивидуальной моделью и экономической спецификацией ARX (Misiorek и др., 2006).
3. Мы применяем метод доверительного множества моделей (MCS) для отбора статистически лучших (с более высокой прогностической способностью) индивидуальных моделей (Hansen и др., 2011), после чего усредняем их с использованием 7и схем КП и 1й техники выбора лучшей модели, а также обсуждаем оправданность применения отбора в целях улучшения аккуратности прогноза, тем самым существенно дополняя результаты работы Nap (2009).
4. Мы предлагаем метод комбинирования прогнозов MPV без отбора и с отбором, веса которого рассчитываются в соответствии с ранжированием моделей по их прогностической способности, т.е. по величине р-значения MCS, и сравниваем его с другими рассмотренными техниками КП.

[☆] Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) в рамках научного проекта № 16-06-00237 А.

* Автор для связи. Тел.: +7 926 6320115

Электронная почта: dmafanasyev@gmail.com

(Афанасьев Д.О.), ecolena@mail.ru (Федорова Е.А.)

Веб-сайт: <http://dmafanasyev.ru> (Афанасьев Д.О.)

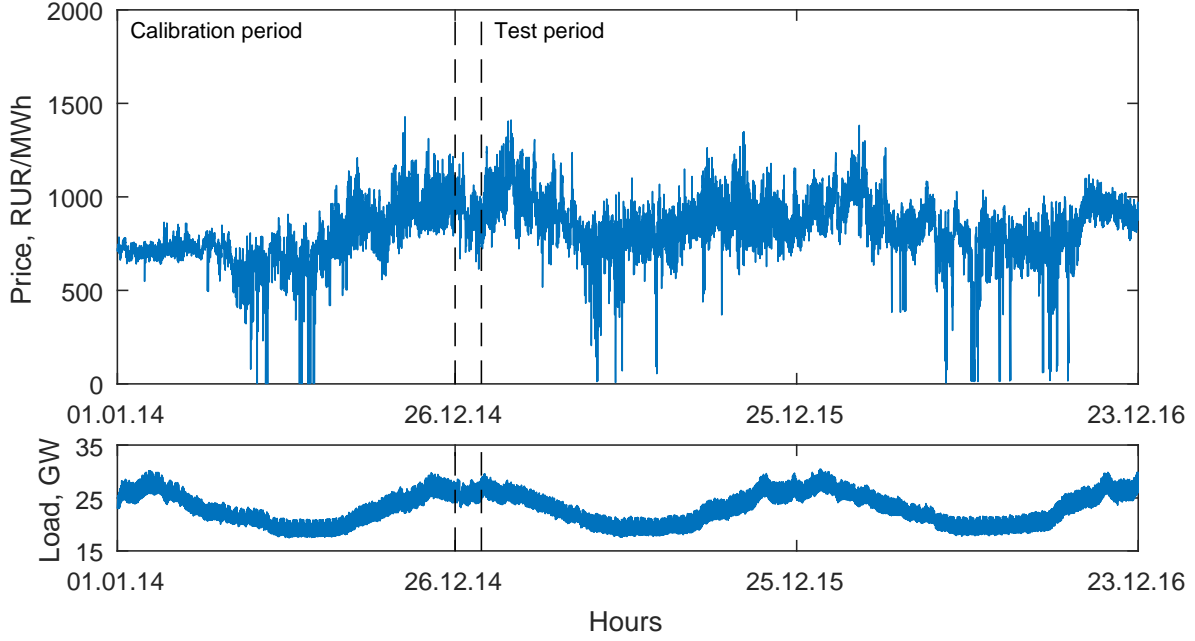


Рис. 1: Часовые цены и прогнозы потребления электроэнергии в ценовой зоне Сибирь российского рынка АТС.

Модель SCARX (Seasonal Component Auto Regressive, авторегрессия с сезонной компонентой и экзогенными факторами) – подразумевает выделение из временного ряда трендовой и краткосрочной компонент ($P_t = L_t + S_t$), с последующим моделированием первой на базе модели случайного блуждания, а второй – с использованием спецификации ARX:

$$L_t = L_{t-24} + \nu_t \quad (1)$$

$$S_t = \sum_{r=1,2,7} \alpha_r S_{t-24,r} + \alpha_8 m S_t + \beta_1 Z_t + \sum_{i=1,6,7} d_i D_t^i + \varepsilon_t \quad (2)$$

где L_{t-24} – значение трендовой компоненты сутки назад, $S_{t-24,r}$ – авторегрессионные слагаемые краткосрочной компоненты, $m S_t$ – ценовой сигнал (минимальной цене за предыдущие сутки), Z_t – прогноз потребления, D_t^i – фиктивные переменные для понедельника, субботы и воскресения ($i = 1, 6, 7$), ε_t, ν_t – независимо и идентично распределенный нормальный ошибки.

Выделение долгосрочной компоненты выполнялось с использованием 3х методов: вейвлет-сглаживание (W, параметры масштаба $m = 6, \dots, 13$), фильтр Ходрика-Прескотта HP, параметры сглаживания $\lambda = 1 \times 10^8, 5 \times 10^8, \dots, 1 \times 10^{11}, 5 \times$

10^{11}) и декомпозиции на эмпирические моды (алгоритмы EMD и CEEMDAN, в сочетании с 4 критериями включения мод в тренд).

В качестве методов комбинирования прогнозов были рассмотрены простое среднее (SA), метод наименьших квадратов (OLS), метод наименьших модулей (LAD), МНК с положительными весам (PW), МНК с ограничениями (CLS), метод обратных корней из среднеквадратичных ошибок (IRMSE), и предложенный нами метод р-значений MCS (MPV).

Для отбора моделей на этапе комбинирования мы использовали доверительное множество моделей – предложенную Hansen и др. (2011) процедуру определения подмножества лучших моделей (с т.з. функции потерь), для которых выполнена нулевая гипотеза об эквивалентности предсказательной способности на заданном уровне значимости α (в качестве базового значения мы выбрали $\alpha=50\%$). MCS естественным образом ранжирует модели по их относительным потерям и присваивает каждой из них р-значение, которое отражает вероятность попасть в MCS. Такое упорядочивание приводит к достаточно интуитивному, но не рассматривавшемуся ранее, методу комбинирования прогнозов – MPV:

$$\hat{P}_t^c = \sum_{m=1}^M \omega_m \hat{P}_t^m, \omega_m = \frac{p_m}{\sum_{m=1}^M p_m} \quad (3)$$

Таблица 1: Сравнение прогностической способности методов КП (без отбора) с лучшей индивидуальной моделью и ARX на 3х рынках.

FC	W		HP		EMD		W-HP-EMD	
	\overline{WMAE}	p-значение	\overline{WMAE}	p-значение	\overline{WMAE}	p-значение	\overline{WMAE}	p-значение
<i>ATS Europe-Ural</i>								
SA	4.848	0.16*	4.973	1.00**	5.040	0.90**	4.874	0.10*
OLS	5.204	0.00	5.395	0.00	5.095	0.90**	5.871	0.00
LAD	5.129	0.00	5.308	0.00	5.044	0.90**	5.735	0.00
PW	4.907	0.00	5.022	0.30**	5.089	0.90**	5.019	0.02
CLS	4.859	0.01	4.995	0.57**	5.096	0.77**	4.878	0.10*
IRMSE	4.849	0.16*	4.975	0.57**	5.036	0.90**	4.876	0.10*
MPV	4.808	1.00**	4.998	0.37**	5.036	0.90**	4.858	1.00**
BI	4.866	0.01	5.023	0.30**	5.008	0.90**	4.887	0.10*
ARX	4.978	0.00	4.978	0.57**	4.978	1.00**	4.978	0.02
<i>ATS Siberia</i>								
SA	8.990	0.48**	9.608	0.04	9.770	0.15*	9.189	0.02
OLS	9.555	0.00	9.844	0.04	9.474	0.93**	10.517	0.00
LAD	9.706	0.00	10.139	0.00	9.630	0.36**	10.758	0.00
PW	9.085	0.08	9.396	1.00**	9.701	0.25**	9.145	0.47**
CLS	9.037	0.35**	9.537	0.05	9.839	0.06	9.122	0.51**
IRMSE	8.989	0.48**	9.604	0.04	9.764	0.15*	9.186	0.02
MPV	8.971	1.00**	9.530	0.05	9.779	0.12*	9.065	1.00**
BI	9.118	0.08	9.597	0.04	9.838	0.06	9.147	0.51**
ARX	9.424	0.00	9.424	0.62**	9.424	1.00**	9.424	0.00
<i>Nord Pool</i>								
SA	8.315	0.43**	8.615	0.84**	8.813	0.02	8.400	0.26**
OLS	9.273	0.00	9.534	0.00	8.910	0.02	10.400	0.00
LAD	9.046	0.00	9.543	0.00	8.679	0.22*	10.272	0.00
PW	8.479	0.00	8.650	0.04	8.786	0.02	8.545	0.00
CLS	8.390	0.02	8.567	1.00**	8.840	0.01	8.420	0.26**
IRMSE	8.310	0.43**	8.612	0.84**	8.813	0.02	8.398	0.26**
MPV	8.305	1.00**	8.571	0.92**	8.809	0.02	8.352	1.00**
BI	8.476	0.00	8.666	0.04	8.834	0.02	8.553	0.00
ARX	8.574	0.00	8.574	0.94**	8.574	1.00**	8.574	0.00

Пояснения: В таблице приведены усредненные по тестовому периоду средневзвешенные недельные ошибки \overline{WMAE} и p-значения для нулевой гипотезы об эквивалентной предсказательной способности моделей. Полу жирным выделены значения \overline{WMAE} , меньше чем у BI и ARX. Комбинирование выполнялось на каждом рынке на 4х наборах: для каждого отдельного метода оценки LTSC (вертикальные панели W, HP, EMD) и сразу для всех методов (вертикальная панель W-HP-EMD). Подчеркиванием отмечены минимальные \overline{WMAE} в пределах каждого рынка и метода оценки LTSC. Модель входит в множество лучших моделей: * – на 10% уровне, ** – на 25% уровне.

где \hat{P}_t^c – усредненный прогноз, \hat{P}_t^m – прогноз индивидуальной модели m , ω_m – вес модели, p_m – p-значение MCS.

В качестве бенчмарк-моделей мы рассмотрели экономичную спецификацию ARX (см. формулу (2)), не учитывающую тренд, а также динамически выбираемую лучшую (в смысле средневзвешенной дневной ошибки) модель (BI). Сравнение итоговых прогнозов выполнялось на базе средней недельной ошибки, а также процедуры MCS.

Тестирование выполнялось на 3х набора часовых исторических данных о цене и прогнозе по-

требления: зона Европа-Урал и Сибирь (см. рисунок 1) российской биржи АТС, а также крупнейшая европейская биржа Nord Pool. Мы использовали схему скользящей вневыборочной кросс-валидации с длиной калибровочного окна для отдельных моделей 360 дней и для схем комбинирования – 28 дней (4 недели), а также тестовым периодом 700 дней (100 недель). Результаты численных экспериментов позволяют сделать ряд интересных выводов.

Во-первых, адаптивный метод выделения тренда на базе декомпозиции на эмпирические моды не приводит к повышению точности прогноза модели

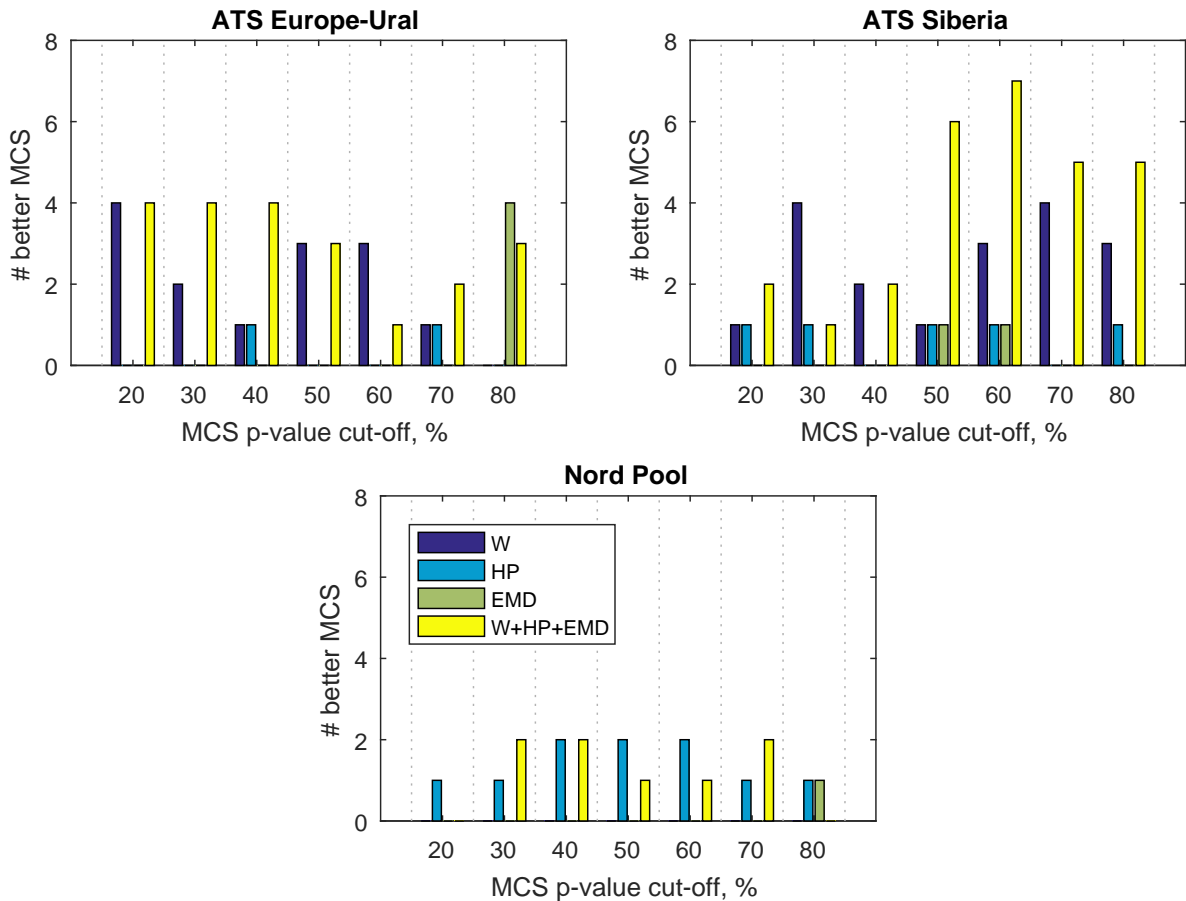


Рис. 2: Проверка устойчивости результатов сравнения прогностической способности 8и методов комбинирования с отбором на базе MCS и без него в зависимости от выбранного порога отсеечения α для MCS. Показано количество техник КП (в рамках каждого из 4х наборов данных для комбинирования) для которых происходит увеличение вероятности попасть в доверительное множество моделей и она превышает 10%.

SCARX по сравнению с более простой спецификацией ARX. В определенном смысле этот результат совпадает с полученным ранее в Wang и Wu (2016), где авторы детально обсуждают проблемы, которые возникают при прогнозировании отдельных компонент временного ряда, полученных с помощью EMD. Очевидные преимущества дает только метод вейвлет-сглаживания, что совпадает с результатами Nowotarski и Weron (2016). Отметим, что в целом данный вывод отличается от случая внутривыборочной оценки тренда, для которой Afanasyev и Fedorova (2016) показали эффективность применения алгоритма разложения CEEMDAN и его сопоставимость с вейвлет-сглаживанием.

Во-вторых, оправданность применения комбинирования прогнозов существенно зависит от выбранного метод оценки тренда для SCARX (см. таблицу 1). Вейвлет-сглаживание опять же приводит здесь к наилучшим результатам. Также повышение точности зачастую удается добиться для широкого

набора индивидуальных моделей, включающего все рассмотренные методы и параметры оценки тренда.

В-третьих, наилучшие результаты и их стабильность демонстрирует предлагаемая нами схема комбинирования MPV, веса которой рассчитываются на основании вероятности модели попасть в доверительное множество моделей (см. таблицу 1). Методы SA, CLS и IRMSE являются конкурентными между собой, что совпадает с выводами Nap (2009); Raviv и др. (2013); Nowotarski и др. (2014), однако, по-прежнему уступают MPV.

В-четвертых, отбор на базе MCS не приводит к существенному улучшению прогностической способности методов КП. Можно отметить, лишь техники OLS и LAD, для которых наиболее часто удается достичь роста точности по отношению к КП без отбора. Однако это всеравно не позволяет им опередить другие рассмотренные схемы КП, а только делает их сопоставимыми по прогностической способности.

Принимая во внимание, что агрессивность отбора MCS потенциально зависит от выбранного порога отсечения α , в целях проверки устойчивости результатов мы дополнительно повторили эмпирический эксперимент для его различных значений в диапазоне от 20% до 80% с шагом 10%. Данная проверка подтвердила наши выводы (см. рисунок 2). Выявленная неоправданность применения отбора на базе MCS совместно с техниками комбинирования прогнозов не совпадает с результатом, полученным ранее в Nan (2009); Samuels и Sekkel (2017). Учитывая ограниченность подобных работ, представляется интересным в будущих исследованиях рассмотреть более подробно причины данных расхождений.

Список литературы

- Afanasyev, D., Fedorova, E., 2016. The long-term trends on the electricity markets: Comparison of empirical mode and wavelet decompositions. *Energy Economics* 56, 432–442.
- Bordignon, S., Bunn, D., Lisi, F., Nan, F., 2013. Combining day-ahead forecasts for British electricity prices. *Energy Economics* 35, 88–103.
- Colominas, M., Schlotthauer, G., Torres, M., Flandrin, P., 2012. Noise-assisted EMD methods in action. *Advances in Adaptive Data Analysis* 4 (4).
- Eydeland, A., Wolyniec, K., 2012. *Energy and Power Risk Management*, 2nd ed. Hoboken, New Jersey: Wiley.
- Hansen, P., Lunde, A., Nason, J., 2011. The model confidence set. *Econometrica* 79, 453–497.
- Hodrick, R., Prescott, E., 1997. Postwar U.S. business cycles: An empirical investigation. *Journal of Money, Credit and Banking* 29 (1), 1–16.
- Huang, N., Shen, Z., Long, S., Wu, M., Shih, H., Zheng, Q., Yen, N., Tung, C., Liu, H., 1998. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. в: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. Том 454. сс. 903–995.
- Misiorek, A., Trück, S., Weron, R., 2006. Point and interval forecasting of spot electricity prices: Linear vs. non-linear time series models. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics* 10 (3), Article 2.
- Nan, F., 2009. *Forecasting next-day electricity prices: From different models to combination*. PhD Thesis Universita degli Studi di Padova.
URL <http://paduaresearch.cab.unipd.it/2147/>
- Nowotarski, J., Raviv, E., Trück, S., Weron, R., 2014. An empirical comparison of alternate schemes for combining electricity spot price forecasts. *Energy Economics* 46, 395–412.
- Nowotarski, J., Tomczyk, J., Weron, R., 2013. Robust estimation and forecasting of the long-term seasonal component of electricity spot prices. *Energy Economics* 39, 13–27.
- Nowotarski, J., Weron, R., 2016. On the importance of the long-term seasonal component in day-ahead electricity price forecasting. *Energy Economics* 57, 228–235.
- Raviv, E., Bouwman, K., van Dijk, D., 2013. *Forecasting day-ahead electricity prices: utilizing hourly prices*. Tinbergen Institute Discussion Paper 13-068/III.
URL <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2266312>
- Samuels, J. D., Sekkel, R. M., 2017. Model confidence sets and forecast combination. *International Journal of Forecasting* 33 (1), 48–60.
- Wang, Y., Wu, L., 2016. On practical challenges of decomposition-based hybrid forecasting algorithms for wind speed and solar irradiation. *Energy* 112, 208–220.
- Weron, R., 2014. Electricity price forecasting: A review of the state-of-the-art with a look into the future. *International Journal of Forecasting* 30, 1030–1081.