

# Применение теории функций доверия к разработке торговых стратегий

## The Application of Belief Function Theory to the Development of Trading Strategies

А.Е.Лепский, А.А.Суевалов

A. Lepskiy, A. Suevalov

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва

### Аннотация

В работе исследована возможность применения инструментария функций доверия для построения торговых стратегий. Анализ приведен на данных российского валютного рынка. Функции масс доверия (и соответствующие им свидетельства) к рекомендации системе (покупать, продавать или держать) вычисляются с помощью процедур нечеткого логического вывода для каждого технического индикатора. Далее эти свидетельства агрегируются с помощью правил комбинирования из теории функций доверия (правило Демпстера, правило Ягера и др.). На основе результатов такого комбинирования определяются интервалы покупки или продажи активов. После сравнения этих интервалов принимается решение о соответствующем действии. Исследование показало, что предложенный подход обеспечивает хорошую доходность торговым стратегиям.

**Ключевые слова:** торговые стратегии, теория функций доверия, правила комбинирования.

## 1 Введение

При разработке торговых стратегий используются как различные биржевые инструменты — акции, фьючерсы, валюта, опционы и т.д., так и разнообразный эконометрический и математический инструментарий [2]:

методы фундаментального и технического анализа, методы авторегрессионного анализа, теория оптимального портфеля, методы оценки риска, методы машинного обучения, генетические алгоритмы и т.д.

Долгое время самой распространенной стратегией при торговле акциями являлась стратегия «Купил и держи». Она основывалась на том, что в будущем акции будут неизбежно дорожать, т.к. со временем компании развиваются, придумывают новые продукты и выводят их на рынок. Однако, кризисы 2000-2001 гг. и 2007-2008 гг. показали, что никто не застрахован от внезапных и крупных падений. В [7] авторы показали на примере Азиатского рынка недвижимости, что даже при падающих ценах можно извлечь прибыль. Их стратегия была основана на индексе Ширяева-Жоу (Shiryaev-Zhou index). С помощью него было показано, что, даже учитывая транзакционные издержки, можно получить результат лучше, чем по стратегии «Купил и держи».

Такой же по популярности стратегией на валютном рынке является стратегия «Керри трейд». Она основывается на разнице процентных ставок двух разных валют: берется в долг дешевая валюта (по низкой процентной ставке), на нее покупается дорогая валюта, которая размещается на депозит (по высокой ставке). При этом прибыль такой операции составит разница ставок. Однако, данная стратегия работает при условии неизменности валютного курса. Более того, данная стратегия может работать и на портфели валют. Так в [12] авторы разработали оптимальную керри трейд стратегию, которая основана на нескольких индикаторах рынка. Также было показано, что данная стратегия способна давать хорошие результаты даже при изменении курсов валют.

В последнее же время все больше внимание при разработке торговых стратегий уделяется привлечению методов машинного обучения. Это объясняется тем, что такие методы не используют напрямую предположение о какой-либо модели изменения биржевых индексов, что согласуется с имеющимся в настоящее время консенсусом на природу биржевого рынка [22]. С другой стороны, методы машинного обучения обладают богатым инструментарием анализа данных, настройки и самонастройки параметров.

Учитывая информационную чувствительность биржевого рынка, особый интерес представляют методы, которые хорошо адаптированы именно для работы с источниками информации, учитывающие их ненадежность, конфликтность, неточность и т.д. Таким удобным инструментарием, обладающим отмеченными свойствами, обладает, например, теория функций доверия (теория свидетельств, теория Демпстера-Шейфера, [5, 19]). В последнее время эта теории всё больше и больше используется в финансовом и экономическом анализе. Например, при прогнозировании

инвестиций [23], в маркетинговом анализе данных [9], в прогнозировании доходов на фондовом рынке [3], агрегировании рекомендаций финансовых аналитиков [11], в форсайт исследованиях [24], в задаче оценивания риска банкротства (corporate failure risk) [4], в моделировании инвестиционного портфеля [14, 20] и т.д.

Одним из базовых в теории функций доверия является понятие свидетельства, представляющего собой совокупность семейства подмножеств некоторого множества (так называемые фокальные элементы) и распределения на этом семействе функции масс, которая характеризуют степень доверия принадлежности истинной альтернативы именно тому или иному фокальному элементу. Каждое свидетельство может рассматриваться как источник информации. Применительно к торговым стратегиям такими источниками информации могут быть рекомендации экспертов, технические индикаторы рынка, макроэкономические индикаторы, новостной фон и т.д. В теории функций доверия развит инструментарий комбинирования свидетельств, соответствующий агрегированию информации, полученной из нескольких источников, с учетом надежности этих источников, конфликтности информации, оптимистичности-пессимистичности лица принимающего решения и др. факторов.

В [6, 17] теория функций доверия вместе с теорией нечетких множеств использовалась для моделирования принятия решения в торговых системах. В качестве источников информации в этих работах рассматривались технические индикаторы рынка, на основе которых вычислялись функции масс. В качестве фокальных элементов рассматривались множества рекомендаций – «покупать», «держать», «продавать», а также некоторые их объединения (например, «покупать или держать»). Далее по построенным свидетельствам вычислялись значения функций доверия и правдоподобия для рекомендаций «покупать» и «продавать», которые можно рассматривать как нижние и верхние оценки вероятностей этих событий. На последнем этапе полученные интервалы рекомендаций «покупать» и «продавать» сравнивались между собой и принималось уже решение о целесообразности того или иного действия. В [21] этот подход был апробирован на данных российской фондовой биржи и сравнен с «близким классическим» подходом, основанном на нечеткой логике. Результаты оказались довольно противоречивыми и показали, что метод нуждается в дальнейшей доработке.

В докладе представлены результаты применения функций доверия к разработке системы принятия решений на торговой бирже, которая реализует следующую схему:

- 1) задача принятия решений о действиях на бирже рассматривается,

как задача классификации; признаками в этой задаче являются данные технических индикаторов рынка;

- 2) на основе данных технических индикаторов строятся свидетельства с фокальными элементами «покупать», «держат», «продавать», «покупать или держат», «продавать или держат»;
- 3) каждый индикатор определяет свой классификатор со своей точностью предсказания;
- 4) отдельные индикаторы (классификаторы) агрегируются с помощью того или иного правила комбинирования из теории функций доверия (например, правила Демпстера); параметрами агрегирования являются коэффициенты дисконтирования, учитывающие эффективность отдельных индикаторов в задаче принятия решений о действиях на бирже;
- 5) настройка параметров агрегирования осуществляется на этапе обучения классификатора.

Комбинирование классификаторов с помощью методов теории функций доверия в настоящее время является «трендовой» и плодотворной идеей в построении классификаторов (см. [13]), которая хорошо зарекомендовала себя в различных приложениях.

Структурно оставшаяся часть работы построены следующим образом. В разделе 2 приведены необходимые сведения из теории нечеткой логики и теории функций доверия. В разделе 3 описаны используемые технические индикаторы. В разделе 4 приведены используемые (в том числе и разработанные) новые торговые стратегии, построенные с помощью инструментария нечеткой логики и теории функций доверия. В разделе 5 обсуждаются результаты работы торговых алгоритмов. А в разделе 6 сделаны некоторые выводы.

## 2 Основные понятия нечеткой логики и теории Демпстера-Шейфера

**Нечеткие числа и нечеткая логика.** Нечеткий логический вывод [10] был предложен Мамдани в [15]. В этом выводе используется понятие лингвистической переменной [10], как набора вида  $\langle \alpha, T, X, R \rangle$ , где  $\alpha$  — название переменной,  $T$  — множество значений переменной,  $X$  —

универсальное множество определения переменной;  $R$  — правила образования нечетких множеств для каждого значения.

**ПРИМЕР.** Пусть имеется некий индикатор, который определяет перекупленность или перепроданность какого-либо актива. Нужно решить какое значение показывает индикатор — высокое или низкое. Для этого можно использовать лингвистическую переменную  $\langle \alpha, T, X, R \rangle$ , где  $\alpha$  — название индикатора,  $T = \{ \text{«Очень низкий»}, \text{«Низкий»}, \text{«Высокий»}, \text{«Очень высокий»} \}$ ,  $X = [0, 100]$ , а функции принадлежности нечетких значений приведены на рис. 1.

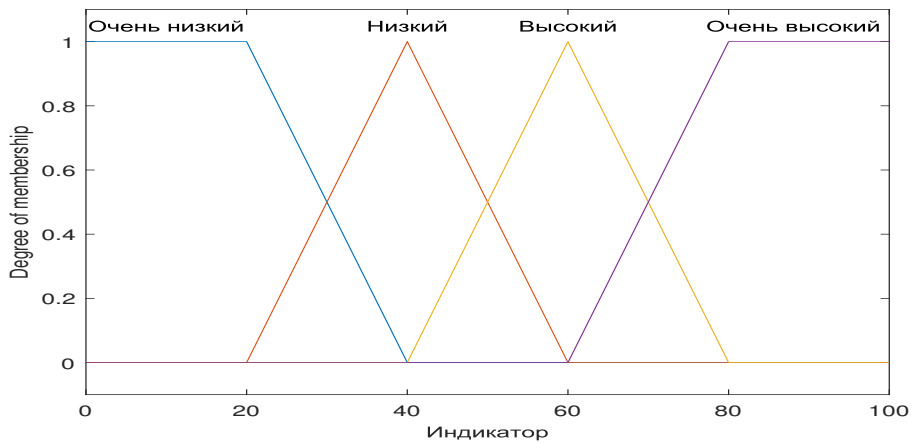


Рис. 1: График функций принадлежностей лингвистической переменной «Индикатор»

Как можно видеть на рис. 1 — правила могут быть различными: одни значения могут быть в виде, например, треугольных функций принадлежности, другие — в виде трапецевидных. Для каждого конкретного случая эти границы можно оптимизировать для получения более «хорошего» результата.

Нечетким высказыванием называют конструкцию вида « $\alpha$  IS  $t$ », где  $\alpha$  — лингвистическая переменная, а  $t$  — одно из значений лингвистической переменной. Например, «Индикатор IS высокий». Нечеткий логический вывод Мамдани использует так называемые «IF-THEN» правила. В качестве аргументов в них выступают нечеткие высказывания:

$$IF \alpha_1 IS t_1 AND/OR \alpha_2 IS t_2 THEN \alpha_3 IS t_3. \quad (1)$$

Алгоритм нечеткого вывода состоит из четырех компонент:

- фаззификатор;
- нечеткая база правил;
- нечеткая система вывода;
- дефаззификатор.

На начальном этапе составляется нечеткая база правил, которая будет использоваться в алгоритме. Обычно, данные правила составляются с помощью экспертов, знающих причинно-следственные связи выбранной области исследования. Однако, могут быть использованы процедуры, оптимизирующие параметры правил вывода. Далее на вход алгоритму подаются входные данные — набор лингвистических переменных, которые участвуют в нечеткой базе правил. Затем фаззификатор переводит эти данные в нечеткий вид. После этого в действие вступает нечеткая система вывода — она использует нечеткую базу правил, чтобы получить выходные данные. Эти выходные данные также получают в нечетком виде, поэтому при завершении работы дефаззификатор переводит их в четкий вид. Алгоритм Мамдани [15] включен в некоторые пакеты программного обеспечения, например, в среду разработки MATLAB.

**Основы теории Демпстера-Шейфера.** В теории Демпстера-Шейфера [5, 19] (математической теории свидетельств, теории функций доверия или теории случайных множеств [1]) использует так называемые «функции доверия», которые моделируют степень доверия некоторого субъекта к чему-либо.

Пусть  $\Omega$  — универсальное множество, т.е. множество, содержащее все объекты рассматриваемой области. Предположим имеется  $N$  измерений элемента  $\omega \in \Omega$ . При этом будем предполагать, что эти наблюдения неточные, т.е. измерение представляет собой некоторое подмножество  $S$  множества  $\Omega$ . Пусть  $\mathcal{P}o(\Omega)$  — множество всех подмножеств  $\Omega$ . Функция множеств  $m : \mathcal{P}o(\Omega) \rightarrow [0, 1]$  называется базовой вероятностью (или функцией масс) [1], если она удовлетворяет условиям

$$m(\emptyset) = 0, \quad \sum_{S \in \mathcal{P}o(\Omega)} m(S) = 1. \quad (2)$$

Функция доверия и функция правдоподобия определяются соответственно следующим образом:

$$Bel(A) = \sum_{B: B \subseteq A} m(B), \quad Pl(A) = \sum_{B: B \cap A \neq \emptyset} m(B). \quad (3)$$

Функции доверия и правдоподобия можно рассматривать как нижнюю и верхнюю оценки вероятности событий, т.е.  $Bel(S) \leq P(S) \leq Pl(S)$ . Функция множеств  $m$  может иметь статистически-частотную интерпретацию: если  $c(S)$  — количество наблюдаемых подмножеств  $S \subseteq \Omega$ , то  $m(S) = \frac{c(S)}{N}$ .

**ПРИМЕР.** Предположим, есть 10 индикаторов, которые дают советы по покупке или продаже какого-либо актива. У нас есть 3 действия относительно актива: покупать (1), держать (2), продавать (3). Пусть 5 индикаторов говорят, что нужно покупать актив —  $S_1 = \{1\}$ , 3 индикатора говорят, что нужно покупать или держать актив —  $S_2 = \{1, 2\}$ , 2 индикатора говорят, что нужно продавать актив —  $S_3 = \{3\}$ . Тогда базовые вероятности будут выглядеть следующим образом:

$$m(S_1) = 0.5, \quad m(S_2) = 0.3, \quad m(S_3) = 0.2. \quad (4)$$

Теперь можно найти нижнюю и верхнюю границу вероятности для каждого действия, т.е. значения функций доверия и правдоподобия:

- 1)  $S = \{1\}$ :  $Bel(S) = 0.5$ ,  $Pl(S) = 0.5 + 0.3 = 0.8$ ;
- 2)  $S = \{2\}$ :  $Bel(S) = 0$ ,  $Pl(S) = 0.3$ ;
- 3)  $S = \{3\}$ :  $Bel(S) = 0.2$ ,  $Pl(S) = 0.2$ .

Подмножество  $A \in \mathcal{P}o(\Omega)$  называют фокальным элементом свидетельства, если  $m(A) > 0$ . Множество всех фокальных элементов свидетельства  $\mathcal{A}$  вместе с функцией масс  $m$  образует тело свидетельств  $F = (m, \mathcal{A})$ . Пусть  $\mathcal{F}(\Omega)$  — множество всех тел свидетельств на  $\Omega$ .

**Правила комбинирования.** Информацию в виде набора фокальных элементов можно получить из различных источников. При этом у каждого элемента будет своя базовая вероятность. Предполагается, что эти источники независимы, но предоставляют информацию об одном и том же объекте. Для комбинирования такой информации из нескольких источников используются некоторые правила. Для простоты будем предполагать, что имеется два независимых источника данных. Пусть

имеется два источника информации, каждый из которых описывается телом свидетельств  $F_k = (m_k, \mathcal{A}_k)$ ,  $k = 1, 2$ . Тогда правило комбинирования — это некоторый оператор  $R : \mathcal{F}(\Omega) \times \mathcal{F}(\Omega) \rightarrow \mathcal{F}(\Omega)$ . Напомним только наиболее популярные правила комбинирования (более полный обзор можно найти в [16], см. также [1]).

**Правило комбинирования Демпстера.** Пусть два источника информации заданы телами свидетельств  $F_k = (m_k, \mathcal{A}_k)$ ,  $k = 1, 2$ . Тогда функция масс  $m_{12}$  комбинированного по правилу Демпстера свидетельства вычисляется по формуле

$$m_{12}(A) = \frac{1}{1 - K} \sum_{B \cap C = A} m_1(B) m_2(C), \quad A \neq \emptyset, \quad m_{12}(\emptyset) = 0, \quad (5)$$

где

$$K = \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B) m_2(C). \quad (6)$$

Можно заметить, что если фокальные элементы из разных источников не пересекаются, то они противоречивы. И в этом случае  $K = 1$  — в такой ситуации нельзя комбинировать источники по правилу Демпстера.

**Метод дисконтирования.** Правило комбинирования Демпстера предполагает абсолютную надежность источников данных. Но ведь не всегда есть уверенность в надежности источников. Для того, чтобы решить вопрос надежности, Шейфер ввел дисконтирование базовых вероятностей некоторым коэффициентом  $\alpha \in [0, 1]$  [19]. Этот коэффициент характеризует надежность источника. В результате новые базовые вероятности выглядят следующим образом:

$$m^\alpha(S) = (1 - \alpha)m(S), \quad S \neq \Omega, \quad m^\alpha(\Omega) = \alpha + (1 - \alpha)m(\Omega). \quad (7)$$

Из этого определения видно, что если  $\alpha = 1$ , то источник — абсолютно ненадежный, а если  $\alpha = 0$ , то источник абсолютно надежный.

После такого преобразования базовой вероятности коэффициент  $K$  в правиле комбинирования Демпстера не будет равным 1, а значит всегда можно скомбинировать несколько источников информации.

**Правило комбинирования Ягера.** Еще одним правилом является правило Ягера [25]. Он отметил одно важное положительное свойство



правила Демпстера — способность изменять уже существующую структуру при появлении новых данных. Это свойство связано с ассоциативностью правила [1]. Однако некоторые правила не имеют такого свойства. Например, арифметическое среднее не является ассоциативным правилом комбинирования, т.к., имея некоторое среднее, мы не можем его изменить при получении новой информации. В то же время можно модифицировать арифметическое среднее добавив новые точечные данные к уже имеющейся сумме и разделить новую сумму на общее число данных. Такое свойство правил называется квазиассоциативностью, на основе которого Ягер разработал правило комбинирования свидетельств.

Ягер ввел комбинированную «универсальную» вероятность  $q$ , которая определяется следующим образом [1]:

$$q(S) = \sum_{B \cap C = S} m_1(B)m_2(C). \quad (8)$$

Правила комбинирования Демпстера и Ягера обладают свойством ассоциативности, благодаря чему их можно обобщить для комбинирования любого конечного числа свидетельств. Одним из отличий правила Ягера от правила Демпстера является отсутствие коэффициента нормализации  $1 - K$ , но в этом случае комбинированная вероятность пустого множества может быть больше нуля:  $q(\emptyset) \geq 0$ . При этом комбинированная вероятность пустого множества вычисляется точно так же как коэффициент конфликтности источников  $K$  в правиле Демпстера. Далее Ягер добавил  $q(\emptyset)$  к комбинированной «универсальной» вероятности  $q(\Omega)$  всего множества, чтобы получить комбинированную базовую вероятность:

$$m_{Yag}(\Omega) = q(\Omega) + q(\emptyset). \quad (9)$$

Остальные базовые вероятности определяются следующим образом:

$$m_{Yag}(\emptyset) = 0, \quad m_{Yag}(S) = q(S), \quad S \neq \emptyset, S \neq \Omega. \quad (10)$$

### 3 Технические индикаторы

На сегодняшний день известно большое число технических индикаторов рынка. У каждого из них своя «классификационная» задача. Одни определяют перекупленность-перепроданность актива, другие вычисляют различные количественные характеристики изменения актива. Объединяет их одно — все они могут хорошо объяснить прошлые события,

но точно предсказать будущее не может ни один индикатор. Поэтому количественные аналитики придумывают различные комбинации из индикаторов, которыми пытаются предсказать движение цены. Наиболее распространены следующие индикаторы:

- SMA (Simple Moving Average) — Простое скользящее среднее

$$SMA_t(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{i=n-1} P_{t-i},$$

где  $P_t$  — цена актива в момент времени  $t$ ;

- EMA (Exponential Moving Average) — Экспоненциальное скользящее среднее

$$EMA_t(n) = \alpha * P_t + (1 - \alpha)EMA_{t-1}, \quad EMA_0 = P_0$$

- ROC (Rate Of Change) — Моментум или скорость изменения

$$ROC_t(n) = \frac{P_t - P_{t-n}}{P_{t-1}} \cdot 100\%;$$

- RSI (Relative Strength Index) — Индекс относительной силы

$$RSI_t(n) = 100 - \frac{100}{1 + RS_t(n)},$$

$$RS_t(n) = \frac{\text{средний прирост за } n \text{ периодов}}{\text{среднее падение за } n \text{ периодов}},$$

- %K, %D (Stochastic Oscillators) — Стохастические осцилляторы

$$\%K_t(n) = \frac{C_t - L_n}{H_n - L_n} \cdot 100,$$

где  $C_t$  — цена закрытия интервала  $t$ ,  $H_n$  — самая высокая цена за последние  $n$  периодов,  $L_n$  — самая низкая цена за последние  $n$  периодов;

$\%D_t(n, m)$  — это скользящее среднее от %K с маленьким периодом  $m$  (обычно 3), причем метод усреднения может быть любым: простое среднее, экспоненциальное среднее и т.д.

- ADO<sub>t</sub> (Accumulation/Distribution Oscillator) — Осциллятор накопления/распределения

$$ADO_t = \frac{(H_t - O_t) + (C_t - L_t)}{2 * (H_t - L_t)} \cdot 100,$$

где  $O_t$  — цена открытия интервала  $t$ .

## 4 Алгоритмы торговых систем, построенные с помощью теории функций доверия

**Торговая система с усреднением.** В данной версии торговой системы был применен подход из [6]. А именно использовалась усреднение функций принадлежности при комбинировании нескольких индикаторов. Изначально были составлены функции принадлежности, подобные представленным на рис. 1, для каждого индикатора, которые определяли четыре различных возможных уровня: «очень низкий», «низкий», «высокий» и «очень высокий». Далее были придуманы «IF-THEN» правила, как в алгоритме Мамдани [15], исходя из принципа работы индикаторов. Например, для индекса  $RSI$  правила выглядели следующим образом:

- 1) **IF**  $RSI$  **IS** Очень низкий **THEN**  $m_{RSI}(\text{Покупать}) = \mu_{RSI}^{\text{Очень низкий}}$ ;
- 2) **IF**  $RSI$  **IS** Низкий **THEN**  $m_{RSI}(\text{Покупать или Держать}) = \mu_{RSI}^{\text{Низкий}}$ ;
- 3) **IF**  $RSI$  **IS** Высокий **THEN**  $m_{RSI}(\text{Продавать или Держать}) = \mu_{RSI}^{\text{Высокий}}$ ;
- 4) **IF**  $RSI$  **IS** Очень высокий **THEN**  $m_{RSI}(\text{Продавать}) = \mu_{RSI}^{\text{Очень высокий}}$ ;

где  $m_{indicator}(\text{Действие})$  — это функция масс,  $\mu_{indicator}^{\text{значение}}$  — это значение функции принадлежности для индикатора с соответствующим значением. Аналогичные правила были составлены для всех индикаторов.

Далее применялось усреднение из [6] для комбинирования индикаторов — всем индикатором присваивался вес 0.5. Теперь в каждый отдельный момент времени получалось четыре значения:  $m_{комб}(\text{Покупать})$ ,  $m_{комб}(\text{Покупать или Держать})$ ,  $m_{комб}(\text{Продавать или Держать})$ ,  $m_{комб}(\text{Продавать})$

Конечное решение система принимала по следующим правилам:

- 1) **Если**  $\max(m_{комб}) == m_{комб}(\text{Покупать})$ , **то** “Покупка”;
- 2) **Если**  $\max(m_{комб}) == m_{комб}(\text{Продавать})$ , **то** “Продажа”.

**Торговая система с использованием правила Демпстера с дисконтированием.** Начальные «IF-THEN» правила выбирались так же, как и в предыдущей системе. Далее полученные базовые вероятности комбинировались по правилу Демпстера с учетом дисконтирования. На выходе получалось четыре значения функций масс. На основе этих значений строились функция доверия и правдоподобия:

$$\begin{aligned}
Bel(\text{Покупать}) &= m_{\text{комб}}(\text{Покупать}), \\
Pl(\text{Покупать}) &= m_{\text{комб}}(\text{Покупать}) + m_{\text{комб}}(\text{Покупать или Держать}), \\
Bel(\text{Продавать}) &= m_{\text{комб}}(\text{Продавать}), \\
Pl(\text{Продавать}) &= m_{\text{комб}}(\text{Продавать}) + m_{\text{комб}}(\text{Покупать или Держать}).
\end{aligned}$$

Далее необходимо использовать какую-либо процедуру сравнения двух интервалов для принятия решения о покупке или продаже. Обозначим:

$$Buy = [Bel(\text{Покупать}), Pl(\text{Покупать})], \quad Sell = [Bel(\text{Продавать}), Pl(\text{Продавать})].$$

В работе был использован подход из [18] для сравнения двух интервалов. Основная идея его состоит в том, что интервалы представляются в виде равномерно распределенных случайных величин:  $Buy$  и  $Sell$ . Далее для каждого события  $Buy > Sell$ ,  $Buy == Sell$ ,  $Buy < Sell$  вычисляются вероятности по формуле полной вероятности. Тогда конечные правила принятия решения выглядели следующим образом:

- 1) Если  $Buy > Sell$ , то “Покупка”;
- 2) Если  $Sell > Buy$ , то “Продажа”;

где  $>$  — операция сравнения интервалов из [18].

**Торговая система с использованием правила Ягера.** Данная система описывается аналогично предыдущей. За исключением одного момента — комбинирование индикаторов осуществляется по правилу Ягера.

**Торговая система с дисконтированием.**

Эта система является модификацией торговой системы с усреднением. Отличие данной системы в том, что индикатором присваиваются разные веса — в зависимости от результатов обучения.

## 5 Результаты

Тестирование торговых систем осуществлялось в период с 01.01.2017 по 31.12.2017. Для данных был выбран минутный таймфрейм, т.е. торговая система будет пересчитываться каждый минуту на основе цен OPEN, HIGH, LOW, CLOSE, которые были достигнуты в течение этого времени.

В качестве тестируемых пар валют были выбраны наиболее ликвидные и распространенные в России: USD/RUB и EUR/USD.

Общая схема тестирования выглядела следующим образом:

- 1) обучение торговой стратегии на  $i$ -ом месяце — подбор параметров индикаторов и дисконтирования;
- 2) тестирование торговой стратегии на  $i + 1$ -ом месяце с параметрами из пункта 1);
- 3)  $i = i + 1$ ;

На рис.2 показана доходности, которые могли быть получены за 2017 год на валютной паре USD/RUB. Процент доходности считается относительно второй валюты в паре.

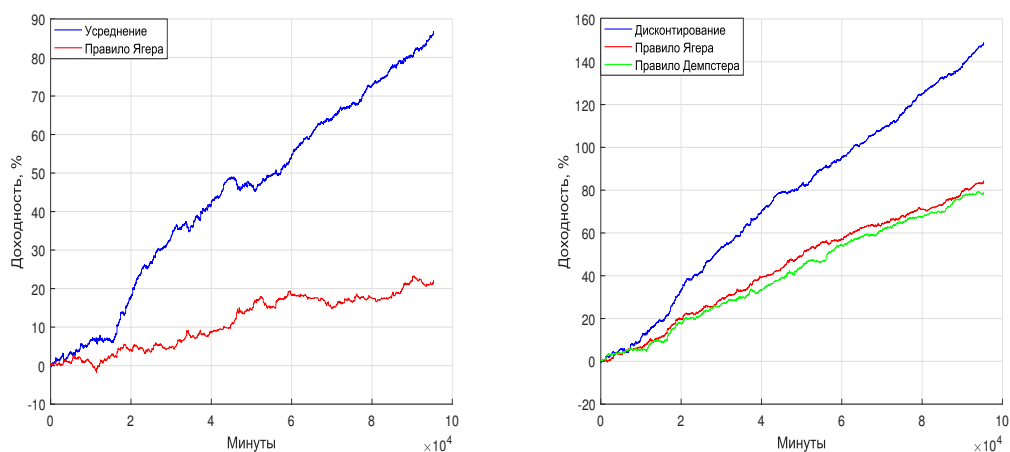


Рис. 2: Доходности всех стратегий для пары USD/RUB без дисконтирования (слева) и с дисконтированием (справа)

В таблицах 1 и 2 приведены количественные значения доходностей для торговых стратегий без дисконтированием и с дисконтированием, соответственно.

Таблица 1: Сравнительные результаты торговых стратегий без дисконтирования

	Без дисконтирования	
	Усреднение	Правило Ягера
USD/RUB	86.23	22.00
EUR/USD	21.06	6.71

Таблица 2: Сравнительные результаты торговых стратегий с дисконтированием

	С дисконтированием		
	Дисконтирование	Правило Ягера	Правило Демпстера
USD/RUB	148.42	84.17	78.97
EUR/USD	49.64	58.68	65.76

## 6 Выводы

Рассмотренные системы показали достаточно хорошие результаты, учитывая, что на момент написания работы, ключевая ставка по рублям – 7.5%, по долларам – 1.5%, по евро – 0.0%. Это означает, что данные системы проявили себя в разы лучше банковских депозитов.

Во все системах наблюдается значительное увеличение доходности при введении дисконтирования. Значит, все индикаторы по-разному влияют на доходность, т.е. есть более «надежные» и менее «надежные».

Однако, данные торговые системы могут быть улучшены. В качестве дальнейших исследований планируется изучить влияние функций принадлежности в правилах на поведение торговых систем. Возможно, правильно подобранные правила смогут улучшить показатели систем.

## Список литературы

- [1] Уткин Л.В. Анализ риска и принятие решений при неполной информации. — СПб.: Наука, 2007.
- [2] Кац Д.О., МакКормик Д.Л. Энциклопедия торговых стратегий. — М.: Альпина Паблшер, 2002.
- [3] Autchariyapanitkul K., Chanaim S., Sriboonchitta S., Denoeux T. Predicting Stock Returns in the Capital Asset Pricing Model Using Quantile Regression and Belief Functions// F. Cuzzolin (Ed.): BELIEF 2014, LNAI 8764, Springer, 2014, pp.219–226.
- [4] Beynon M.J. A novel technique of object ranking and classification under ignorance: An application to the corporate failure risk problem// European Journal of Operational Research, 167, 2005, pp.493–517.

- [5] Dempster A.P. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping// *Ann. Math. Stat.*, 1967, 38(2), pp.325–339.
- [6] Dymova L., Sevastjanov P., Kaczmarek K. A Forex trading expert system based on a new approach to the rule-base evidential reasoning// *Expert Systems With Applications*, 51, 2016, pp.1–13.
- [7] Hui E.C.M., Yam S.C.P, Wright J. , Chan K.K.K. Shall we buy and hold? Evidence from Asian real estate markets// *J. Prop. Invest. Finance*, 2014, 32(2), pp. 168–186.
- [8] Inagaki T. Interdependence between safety-control policy and multiple-sensor schemes vai Dempster-Shafer theory// *IEEE Transactions on Reliability*, 1991, 40(2), pp.182–188.
- [9] Kanjanatarakul O., Sriboonchitta S., Denoeux T. Forecasting using belief functions: An application to marketing econometrics// *International Journal of Approximate Reasoning*, 2014, 55(5), pp.1113–1128.
- [10] Klir G.J., Yuan B. *Fuzzy sets and fuzzy logic. Theory and applications.* — Prentice-Hall, Upper Saddle River, 1995.
- [11] Kutynina E., Lepskiy A. Aggregation of Forecasts and Recommendations of Financial Analysts in the Framework of Evidence Theory// In: Kacprzyk J. et al. (eds): *Advances in Fuzzy Logic and Technology 2017*. AISC, 2018, vol. 642. Springer, Cham, pp.370–381.
- [12] Laborda J., Laborda R., Olmo J. Optimal currency carry trade strategies// *International Review of Economics & Finance*, 2014, 33, pp.52–66.
- [13] Liu Z.-G., Pan Q., Dezert J., Martin A. Combination of classifiers with optimal weight based on evidential reasoning// *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2017, 99, pp.1–14.
- [14] Liu L., Shenoy C. Shenoy P.P. A linear belief function approach to portfolio evaluation// *Proc. of the Nineteenth conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, Morgan Kaufmann Publ. Inc., San Francisco, CA, USA, 2003, pp.370–377.
- [15] Mamdani E. H., Assilian S. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller// *International Journal of Man-Machine Studies*, 1975, 7(1), pp.1–13.

- [16] Sentz, K., Ferson, S. Combination of evidence in Dempster-Shafer theory// in: Report SAND 2002-0835, Sandia National Laboratories, 2002.
- [17] Sevastianov P., Dymova L. Synthesis of fuzzy logic and Dempster–Shafer Theory for the simulation of the decision-making process in stock trading systems// Mathematics and Computers in Simulation, 2009, 80, pp.506–521.
- [18] Sewastianow P., Rog P. Two-objective method for crisp and fuzzy interval comparison in optimization// Computers and Operation Research, 2006, 33, pp.115–131.
- [19] Shafer G. A mathematical Theory of Evidence. — Princeton: Princeton Univ. Press. 1976.
- [20] Shenoy C. Shenoy P.P. Modeling financial portfolios using belief functions// in: R.P. Srivastava and T.J. Mock (eds.), Belief Functions in Business Decisions, Studies in Fuzziness and Soft Computing Vol. 88, Physica-Verlag, Heidelberg, 2002, pp.316–332.
- [21] Suevalov A. Decision Making in the Financial Sphere with the Help of Fuzzy Sets Theory and Belief Functions Theory// Term paper, HSE, 2017.
- [22] Țițan A.G. The Efficient Market Hypothesis: Review of Specialized Literature and Empirical Research// Procedia Economics and Finance, 2015, 32, pp.442–449.
- [23] Utkin L.V. Cautious analysis of project risks by interval-valued initial data// International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2006, 14(6), pp.663–685.
- [24] Xu Y., Wu L., Wu X., Xu Z. Belief Fusion of Predictions of Industries in China’s Stock Market// Cuzzolin (Ed.): BELIEF 2014, LNAI 8764, Springer, 2014, pp.348–355.
- [25] Yager R. On the Dempster-Shafer framework and new combinations rules// Information Science, 1987, 41, pp.93–137.