

# Взаимодействие между операциями постоянного действия и аукционами РЕПО в денежно-кредитной политике России

Яков Куга<sup>1</sup>

**Аннотация.** В условиях структурного дефицита ликвидности банковского сектора в качестве основных инструментов денежно-кредитной политики в России используются еженедельные аукционы РЕПО и операции постоянного действия. В работе моделируется выбор банка между заимствованием с помощью первого или второго инструментов и анализируется поведение банков в случае роста спроса на ликвидность. Обнаружено, что рост спроса на ликвидность может приводить к увеличению объема заимствований на аукционе при снижении объема заимствований в рамках операций постоянного действия. Оценка на основе данных за период с апреля 2014 по сентябрь 2016 годов показала наличие такого эффекта.

**Ключевые слова:** денежно-кредитная политика, Россия, аукционы РЕПО, операции постоянного действия, инфериорный фактор.

20 марта 2018 г.

---

<sup>1</sup> Санкт-Петербургская школа экономики и менеджмента НИУ ВШЭ, департамент экономики, mail: [ikouga@gmail.com](mailto:ikouga@gmail.com)

# 1. Введение

В последние годы в мире распространяется коридорный подход к денежно-кредитной политике. В рамках этой системы центральный банк использует операции постоянного действия по кредитованию коммерческих банков и абсорбции излишней ликвидности. Операции постоянного действия предполагают, что банки могут пользоваться этими инструментами на ежедневной основе и в масштабах, ограниченных лишь соображениями управления рисками (и, с точки зрения спроса, – наличием достаточного залога). Ставка по кредитам в рамках такой системы, разумеется, оказывается выше ставки по депозитам. Эти две ставки образуют коридор, в котором обычно колеблется процентная ставка денежного рынка. Масштаб использования операций постоянного действия в конкретный день, таким образом, зависит от решений коммерческих банков, хотя центральный банк способен влиять на них в более длительной перспективе, управляя положением и шириной коридора.

Если чистая коридорная система передает инициативу в определении масштаба операций коммерческим банкам, другой инструмент центрального банка – операции на открытом рынке, – напротив, оставляет управление объемом операций за центральным банком. В настоящее время классические операции на открытом рынке в форме покупки или продажи центральным банком тех или иных активов на рынке, в основном уступили свое место кредитным аукционам РЕПО. Несколько разновидностей этих аукционов, включая и принятую на российском рынке, занимают промежуточные позиции между операциями постоянного действия и классическими операциями на открытом рынке. Операции на открытом рынке, включая аукционы РЕПО, позволяют изменять равновесие внутри коридора. Хорошее описание взаимодействия аукционов РЕПО и коридорной системы дано в Kahn (2010) и Bindseil and Wurtz (2007).

Третьим элементом денежного рынка является рынок межбанковских кредитов, отвечающий за перераспределение ликвидности между банками. В отличие от финансирования, предоставляемого центральным банком, межбанковские кредиты не предполагают залога и, таким образом, характеризуются большим риском.

Как ставка по операциям постоянного действия, так и ставка межбанковского рынка, как правило, не совпадают, хотя заимствования часто осуществляются по всем трем каналам. Объяснение этому, очевидно, лежит в том, что финансирование по различным каналам несовершенен замещает друг друга.

Neyer (2007, ch. 4) и Nauck and Neyer (2014) акцентирует внимание на растущих предельных транзакционных издержках заимствования у центрального банка (с использованием одного из инструментов) и на межбанковском рынке. Издержки заимствования у центрального банка при этом объясняются более низкой доходностью активов пригодных в качестве залога, тогда как издержки получения кредита на межбанковском рынке включают в себя издержки поиска. Bindseil and Jablecki (2011) и Berentsen and Monnet (2008) обращают внимание на календарь событий и изменение доступной информации между актами принятия решений на межбанковском рынке и в отношении операций постоянного действия. Финансирование на аукционной основе в данном случае выступает фоном.

С началом мирового финансового кризиса банки стали намного меньше полагаться на финансирование на межбанковском рынке, переключившись на ресурсы, предоставляемые центральным банком (см., например, Nauck and Neyer, 2014). Поэтому роль межбанковского рынка существенно сократилась. С другой стороны, расширение спектра инструментов денежно-кредитной политики привлекает внимание к их взаимодействию между собой.

В данной работе будет использован подход, напоминающий предложенный Bindseil and Jablecki (2011), но внимание будет сконцентрировано на взаимодействии

различных инструментов денежно-кредитной политики, а не на взаимодействии политики и денежного рынка.

## **2. Использование инструментов денежно-кредитной политики в России**

В последнее десятилетие в России происходил переход от политики управления валютным курсом к политике таргетирования инфляции. В 2008-2017 годах Центральный банк России использовал широкий спектр инструментов денежно-кредитной политики, а операционная процедура и состояние денежного рынка нередко менялись. В целом, формировался подход к денежно-кредитной политике коридорного типа.

К 2013 году Центральный банк России использовал длинный ряд кредитных аукционов, различающихся сроком финансирования. В частности, он регулярно предоставлял финансирование сроком на 1 день. В мае 2013 года было принято решение сократить число аукционов РЕПО на этот срок, однако реализация этого решения была отложена до 2014 года. В первом квартале 2014 года аукционы РЕПО сроком на 1 день проводились лишь от случая к случаю, но наблюдались в 8 из 11 недель. Во втором квартале они стали проводиться еще реже, а число недель, в которые проводился хотя бы один такой аукцион, сократилось до пяти. Подобный подход сохранился и в дальнейшем.

Таким образом, к апрелю 2014 года произошло упорядочение денежно-кредитной политики. Основной операцией рефинансирования для ЦБ России стали регулярные аукционы по предоставлению ликвидности в форме РЕПО на одну неделю, проводимые по вторникам. Даты исполнения первой и второй частей сделки, как правило, назначались на ближайшую и следующую за ней среды. Объем ликвидности, предоставляемой на аукционе, определялся на основе прогноза изменения ликвидности и оглашался заранее. Минимальная ставка на аукционе устанавливалась на уровне ключевой процентной ставки. Победители аукциона получали финансирование по заявленной ими ставке.

В период избытка ликвидности использовался симметричный депозитный аукцион, для которого максимальная ставка устанавливалась на уровне ключевой. Основные операции рефинансирования сочетаются с операциями постоянного действия: возможностью заимствовать на условиях РЕПО по ставке, равной ключевой +1 процентный пункт и депонировать средства по ставке, равной ключевой –1 процентный пункт. Эти инструменты дополнялись нерегулярно используемыми операциями тонкой настройки, предполагающей предоставление или связывание ликвидности на сроки менее недели, а также операциями по предоставлению ликвидности на длительные сроки. Объемы использования краткосрочных операций тонкой настройки оказывались несущественными по сравнению с основными операциями рефинансирования и операциями постоянного действия, а прибегал к ним центральный банк лишь несколько раз в квартал.

К октябрю 2016 года российская банковская система перешла от ситуации структурного дефицита ликвидности к ее избытку. Вследствие этого на смену аукционам по рефинансированию в качестве основных операций пришли депозитные аукционы.

Предложенная ниже модель будет иметь отношение к ситуации преобладающего использования двух инструментов денежно-кредитной политики: основных операций рефинансирования в виде недельных кредитных аукционов и операций постоянного действия, допускающих заимствование на ежедневной основе. Соответственно, эмпирическая оценка модели будет производиться на данных с 2 апреля 2014 года по 28 сентября 2016 года.

### **3. Модель**

В экономике существует центральный банк и масса коммерческих банков, нормированная к единице. Центральный банк предлагает коммерческим банкам две возможности заимствовать: по фиксированной ставке и на закрытом дискриминационном аукционе первой цены с резервной ценой. Заимствование по фиксированной ставке

производится на один день по определенной центральным банком ставке  $i_{SF}$ . Исполнение сделки производится в тот же день. В рамках аукциона центральный банк предлагает коммерческим банкам определенный объем кредитных ресурсов  $S$  на неделю по ставке не ниже ключевой,  $i_{key}$ . При этом  $i_{key} < i_{SF}$ . Исполнение сделки производится на следующий день.

Для простоты записи допустим, что неделя состоит из двух рабочих дней: дня исполнения первой части сделки по плавающей ставке ( $t = 1$ ) и дня, следующего за ним ( $t = 2$ ). Последний день предшествующей недели, во время которого проводится аукцион, будет обозначен индексом  $t = 0$ . Как будет видно из дальнейшего изложения, модель может быть беспрепятственно распространена на более длинные недели.

Каждый коммерческий банк может заимствовать у центрального банка объем ресурсов  $B$  и имеет возможность разместить их на один день с доходностью  $R_t(\omega)$ , где  $t \in \{1,2\}$  – индекс времени,  $\omega \in [0;1]$  – индекс банка. Банку доступны два механизма заимствования: участие в аукционе и заимствование по фиксированной ставке. В рамках аукциона все желающие банки подают заявки с указанием ставок, по которым они готовы заимствовать у ЦБ на недельный срок. Центральный банк кредитует банки, указавшие наиболее высокие ставки в пределах предложенной суммы и по ставкам не ниже ключевой. С помощью операций постоянного действия банки могут заимствовать на один день по ставке  $i_{SF}$ , при этом исполнение производится в день подачи заявки. Последовательность действий банков представлена на рис. 1.

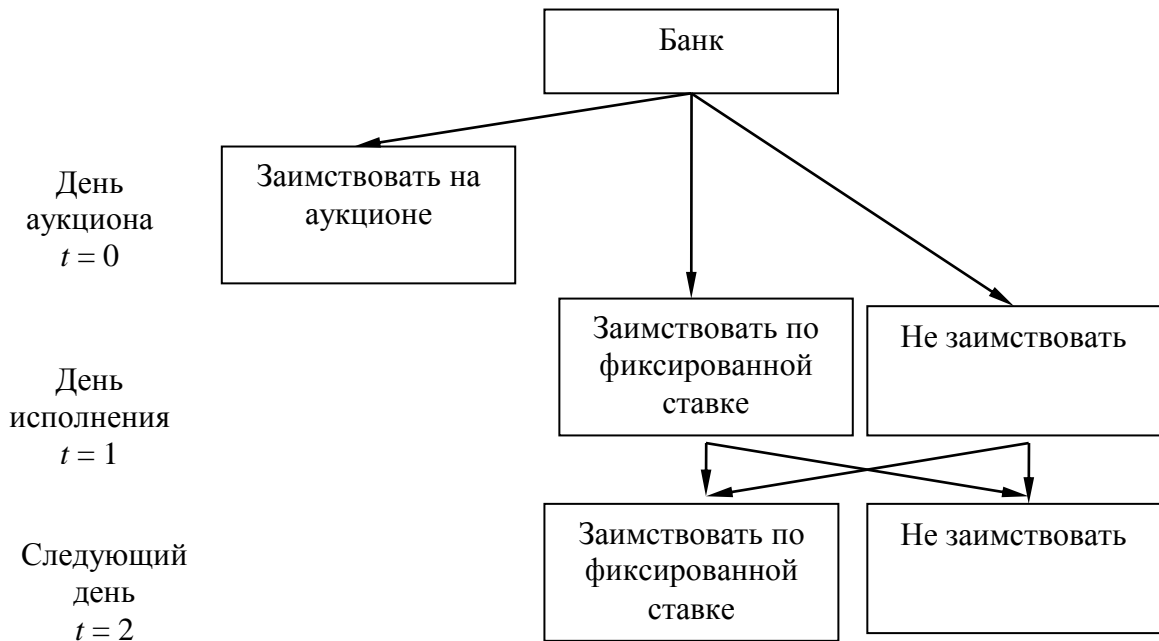


Рис. 1. Доступные коммерческим банкам решения

Банки нормально распределены по доступной им в день аукциона доходности:

$R_0(\omega) \sim N(\mu, \sigma_r^2)$ . Параметры распределения им известны. Для простоты записи отклонение доходности от безусловного математического ожидания обозначим строчными буквами:  $r_i(\omega) = R_i(\omega) - \mu$ . Заметим, что при условии, что банки упорядочены по возрастанию доходности  $r_0$ ,

$$r_0(\omega) = \sigma_r \Phi^{-1}(\omega). \quad (1)$$

Доходность на следующий день после аукциона, то есть в момент исполнения сделки, стохастическая:  $r_1(\omega) = \rho r_0(\omega) + \varepsilon_1(\omega)$ ,  $\varepsilon_1 \sim N(0, \sigma^2)$ ,  $0 < \rho < 1$ . Доходность на следующий день после этой даты также случайная:  $r_2(\omega) = \rho r_1(\omega) + \varepsilon_2(\omega)$ ,  $\varepsilon_2 \sim N(0, \sigma^2)$ ,  $0 < \rho < 1$ ,  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  независимы.

Доступные коммерческим банкам возможности отражены на рис. 1. Участие в аукционе делает коммерческий банк заемщиком по плавающей ставке как в день исполнения, так и на следующий после него день. Отказ от участия в аукционе оставляет за банком выбор заимствовать по фиксированной ставке или отказаться от заимствования

в каждый из двух дней по отдельности, однако процентная ставка при этом оказывается, как правило, выше плавающей.

Принимая решение о заимствовании, банки максимизируют ожидаемую выгоду от своего решения, равную сумме ожидаемых разниц между доступной банку доходностью и стоимостью привлечения средств помноженных на величину заимствования, в каждый из дней недели (напомню, что 0 день относится к прошлой неделе).

В ходе решения и анализа модели будут сформулированы четыре утверждения. Первое из них касается премии за реинвестиционный риск, которая объясняет спред между ставкой по операциям постоянного действия и ставкой, складывающейся на аукционе. Второе указывает, что рост предложения средств на аукционе расширяет суммарное заимствование коммерческих банков, частично вытесняя при этом заимствование с помощью операций постоянного действия. Третье описывает последствия роста спроса на кредитные ресурсы в ситуации, когда объем спроса на кредитные ресурсы на аукционной основе по ключевой ставке превышает максимальный объем предоставления средств на аукционе. Наконец, четвертое утверждение заключается в том, что операции постоянного действия могут выступать в модели как источник инфериорного ресурса, объем потребления которого с ростом спроса на кредитные ресурсы вообще, снижается.

*Утверждение 1. В контексте модели премия за реинвестиционный риск описывается уравнением (4). Банки с высокой доходностью  $R_0$  привлекают финансирование с помощью аукционов, в то время как банки с низкой доходностью выбирают операции постоянного действия.*

Рассмотрим решение банка о выборе ставки в аукционе. Для этого отсортируем банки в порядке увеличения готовности платить за кредит по плавающей ставке:  $R_A(\omega)$ . Предположим, что кредит возьмут банки с наибольшей готовностью платить.



*Определение 1.* Будем говорить, что на аукционе наблюдается избыточный спрос, если объем заявок по ставке не ниже ключевой не ниже объема ликвидности, предложенной центральным банком на аукционе. В противном случае будем называть спрос недостаточным.

В случае избыточного спроса предельный банк-заемщик будет иметь индекс  $\omega^* = \frac{B-S}{B}$ , а равновесная ставка всех банков  $i_A = R_A\left(\frac{B-S}{B}\right)$ . В случае недостаточного спроса ставка отсечения окажется минимальной, по которой предоставляется финансирование,  $i_A = i_{key}$ , предельный банк будет иметь индекс  $\omega^* = R_A^{-1}(i_{key})$ , а объем предоставленного финансирования составит  $Q_A = (1 - \omega^*)B$ . В обоих случаях равновесная ставка на аукционе окажется одинаковой для всех банков и известной заранее.

Рассчитаем ожидаемый в день аукциона доход банка в зависимости от его решения и выберем наилучшее из них. Ожидаемая в день проведения аукциона доходность в день исполнения сделки составляет  $ER_1(\omega) = \mu + \rho r_0(\omega)$ , а на следующий после этого день:  $ER_2(\omega) = \mu + \rho^2 r_0(\omega)$ . Тогда ожидаемая прибыль банка от кредитования по плавающей ставке (разделенная на  $B$ ) составляет:

$$E\pi_A(\omega) = 2\mu + (\rho + \rho^2)r_0(\omega) - 2i_A. \quad (2)$$

Выбор между заимствованием по фиксированной ставке и отказом от заимствования очевиден: следует заимствовать всегда, когда  $R_1(\omega) > i_{SF}$ , и не следует в противоположном случае. Тогда прибыль на следующий день после аукциона

$$\pi_{1,SF}(\omega) = \begin{cases} \mu + r_1(\omega) - i_{SF}, & \mu + r_1(\omega) > i_{SF} \\ 0, & \mu + r_1(\omega) \leq i_{SF} \end{cases}.$$

Благодаря тому, что доходность распределена нормально:  $r_1(\omega) \sim N(\rho r_0(\omega), \sigma^2)$ , ожидаемую прибыль на следующий день после аукциона можно записать следующим образом:

$$E\pi_{1,SF}(\omega) = \mu + \rho r_0(\omega) - i_{SF} + \sigma F\left(\frac{i_{SF} - \mu - \rho r_0(\omega)}{\sigma}\right), \text{ где } F(x) = x\Phi(x) + \phi(x), \quad \Phi(x) \text{ и } \phi(x) -$$

функции нормального распределения и его плотности соответственно (см. вывод в приложении А.1.). Можно заметить, что  $F(x) > 0$  и, являясь первообразной функции  $\Phi(x)$ ,

возрастает на всей числовой оси. Аналогичным образом,  $r_2(\omega) \sim N(\rho^2 r_0(\omega), (1 + \rho^2)\sigma^2)$ , что

дает ожидаемую прибыль в день после исполнения сделки

$$E\pi_{2,SF}(\omega) = \mu + \rho^2 r_0(\omega) - i_{SF} + \sigma\sqrt{1 + \rho^2} F\left(\frac{i_{SF} - \mu - \rho^2 r_0(\omega)}{\sigma\sqrt{1 + \rho^2}}\right). \text{ Ожидаемая прибыль банка за}$$

два дня в этом случае будет описываться уравнением (3):

$$\begin{aligned} E\pi_{SF}(\omega) = & 2\mu + (\rho + \rho^2)r_0(\omega) - 2i_{SF} + \sigma F\left(\frac{i_{SF} - \mu - \rho r_0(\omega)}{\sigma}\right) + \\ & + \sigma\sqrt{1 + \rho^2} F\left(\frac{i_{SF} - \mu - \rho^2 r_0(\omega)}{\sigma\sqrt{1 + \rho^2}}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Банк выберет участие в аукционе, если  $E\pi_A(\omega) \geq E\pi_{SF}(\omega)$ . Для банка с индексом  $\omega$  минимальная премия за риск, побуждающая его выбрать заимствование с помощью аукциона составляет:

$$p(\omega) = \frac{1}{2} \left[ \sigma F\left(\frac{i_{SF} - \mu - \rho\sigma_r\Phi^{-1}(\omega)}{\sigma}\right) + \sigma\sqrt{1 + \rho^2} F\left(\frac{i_{SF} - \mu - \rho^2\sigma_r\Phi^{-1}(\omega)}{\sigma\sqrt{1 + \rho^2}}\right) \right]. \quad (4)$$

Тогда неравенство (5) отражает условие участия банка в аукционе.

$$i_{SF} - i_A \geq p(\omega). \quad (5)$$

Из (5) видно, что все банки, которые готовы заимствовать в день аукциона по фиксированной ставке, решают принять участие в аукционе только при условии, что ставка на аукционе будет существенно ниже фиксированной. Разница между фиксированной и плавающей ставками, при которой (5) обращается в равенство,  $p(\omega)$ , отражает премию за риск реинвестирования, связанный с изменениями доходности в течение периода заимствования для банка  $\omega$ . Нетрудно заметить, что премия за риск

является убывающей функцией  $\omega$ . Иными словами, участвовать в аукционе предпочитают только банки с относительной высокой доходностью капитала в день аукциона. ■

Расчет премии в случае большего числа дней в неделе может быть произведен по аналогии и приводит к качественно тем же результатам.

Далее я выведу функции спроса на финансирование, предоставляемое в форме аукциона и с помощью операций постоянного действия. Неравенство (5) позволяет описать спрос на финансирование, предоставляемое с помощью аукциона, следующим образом:

$$Q_A = B(1 - p^{-1}(i_{SF} - i_A)), \quad (6)$$

где  $p^{-1}$  означает обратную функцию премии за риск, приведенной в (4). Содержание модели с одной стороны и убывание функции  $p(\omega)$  с другой, обеспечивают убывание функции спроса по процентной ставке.

Итак, финансирование на аукционной основе получили банки с самой высокой ожидаемой доходностью вложений. Тогда банки, которые могут стать заемщиками по фиксированной ставке, в течение недели распределены по усеченному нормальному распределению:  $\tilde{R}_0 \sim TN(\mu, \sigma_r^2, -\infty, \mu + \sigma_r \Phi^{-1}(\omega^*))$ , где параметры распределения последовательно отражают: математическое ожидание неусеченного нормального распределения, его дисперсию, левую и правую границы усеченного распределения, а  $\omega^*$  является индексом предельного банка, принявшего участие в аукционе.

Тогда в первый день недели распределение банков по доходности вложений будет являться сверткой распределения  $TN(\mu, \rho^2 \sigma_r^2, -\infty, \mu + \rho \sigma_r \Phi^{-1}(\omega^*))$  и распределения  $\varepsilon_1 \sim N(0, \sigma^2)$ . Аналогичным образом, во второй день недели это распределение будет являться сверткой распределения  $TN(\mu, \rho^4 \sigma_r^2, -\infty, \mu + \rho^2 \sigma_r \Phi^{-1}(\omega^*))$  и распределения

$\rho\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ , то есть нормального распределения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией равной  $(1 + \rho^2)\sigma^2$ .

Пусть в день  $t$  доходность банков, не получивших финансирования на аукционной основе, описывается распределением  $\tilde{R}_t(x)$ . Тогда на кредитование по фиксированной ставке претендуют банки, имеющие в этот день доходность вложений выше  $i_{SF}$ . Их спрос на кредиты по фиксированной ставке в  $t$ -й день недели будет описываться уравнением (7).

$$Q_{t,SF} = (1 - \tilde{R}_t(i_{SF}))(B - Q_A). \quad (7)$$

Разумеется, спрос на финансирование с помощью операций постоянного действия убывает по  $i_{SF}$ .

*Утверждение 2. Увеличение объема кредитов, предоставляемых на аукционной основе, приводит к снижению объема истребованных кредитов по фиксированной ставке*

*на меньшую сумму:  $-1 < \frac{dQ_{t,SF}}{dQ_A} < 0$ .*

Продифференцируем спрос на финансирование в рамках операций постоянного действия по объему финансирования, предоставленного на аукционной основе:

$$\frac{dQ_{t,SF}}{dQ_A} = -1 - \frac{d}{dQ_A}(\tilde{R}_t(i_{SF})(B - Q_A)).$$

Плотность распределения  $\tilde{R}_t$  можно записать как свертку плотностей усеченного нормального распределения и нормального распределения шока доходности (8):

$$\tilde{r}_t(i) = \frac{B}{B - Q_A} \cdot \frac{1}{\sigma_t \rho^t \sigma_r} \int_{-\infty}^{\rho^t \sigma_r \Phi^{-1}\left(\frac{B - Q_A}{B}\right)} \phi\left(\frac{x}{\rho^t \sigma_r}\right) \phi\left(\frac{i - x - \mu}{\sigma_t}\right) dx, \quad (8)$$

где  $\sigma_t^2$  является дисперсией шока доходности банка в день  $t$ , так что

$$\sigma_1^2 = \sigma^2, \sigma_2^2 = (1 + \rho^2)\sigma^2.$$

После дифференцирования (8) по  $Q_A$  и интегрирования по  $i$  получаем выражение (9), из которого справедливость утверждения 2 очевидна:

$$\frac{dQ_{t,SF}}{dQ_A} = - \left( 1 - \Phi \left( \frac{i_{SF} - \mu - \rho^t \sigma_r \Phi^{-1}(\omega^*)}{\sigma_t} \right) \right) \blacksquare \quad (9)$$

Таким образом, расширение объема кредитования на аукционной основе не полностью компенсируется снижением заимствования по более высокой ставке с помощью операций постоянного действия. Этот результат показывает, почему основные операции рефинансирования влияют на денежный рынок даже при условии, что банки готовы пользоваться операциями постоянного действия, не предполагающими количественных ограничений.

*Утверждение 3. При избыточном спросе повышение средней доходности,  $\mu$ , приводит к росту процентной ставки на аукционе и расширению использования операций*

*постоянного действия:  $\frac{di_A}{d\mu} > 0, \frac{dQ_{t,SF}}{d\mu} > 0$ .*

В условиях утверждения 3 объем предоставленных на аукционной основе кредитов,  $Q_A$ , определяется центральным банком. Поскольку  $B$  и  $Q_A$  фиксированы, квантиль предельного банка, пользующегося кредитными ресурсами, предоставляемыми на аукционной основе, остается неизменной:  $\omega^* = \frac{B-S}{B}$ . Однако, как видно из (4), премия за риск убывает с ростом  $\mu$ . Поскольку ставка процента по операциям постоянного действия остается на прежнем уровне, повышение средней доходности вложений приводит к росту процентной ставки на аукционе при условии, что объем предложенных центральным банком средств меньше объема спроса на этот тип финансирования по ключевой ставке.

Определим, как рост  $\mu$  влияет на объем спроса на финансирование по фиксированной ставке. Дифференцируя (7) по  $\mu$ , получаем (10):

$$\frac{dQ_{t,SF}}{d\mu} = -(B - Q_A) \frac{d\tilde{R}_t(i_{SF})}{d\mu}. \quad (10)$$

С другой стороны,  $\frac{d\tilde{R}_t(i_{SF})}{d\mu}$  можно получить, продифференцировав (8) по  $\mu$  и

проинтегрировав результат по  $i$ . Подставив результат в (10), можно увидеть, что знак искомой производной положительный:

$$\frac{dQ_{t,SF}}{d\mu} = \frac{B}{\sigma_t^2 \rho^t \sigma_r} \int_{-\infty}^{\rho^t \sigma_r \Phi^{-1}(\omega^*)} \phi\left(\frac{x}{\rho^t \sigma_r}\right) \phi\left(\frac{i_{SF} - x - \mu}{\sigma_t}\right) dx > 0. \blacksquare \quad (11)$$

Иными словами, повышение средней доходности  $\mu$  увеличивает спрос на финансирование по фиксированной ставке среди банков, не получивших финансирование на аукционной основе.

Последнее утверждение будет доказано для случая  $\sigma_t^2 = (1 - \rho^{2t})\sigma_r^2$ . При этой параметризации параметры распределения  $r_t$  оказываются одинаковыми для всех  $t$ . Это утверждение более неожиданно, нежели предшествующие.

*Утверждение 4. При недостаточном спросе повышение средней доходности,  $\mu$ , приводит к расширению заимствований на аукционной основе, в то время как его влияние на объем использования операций постоянного действия неоднозначно:*

$$\frac{dQ_A}{d\mu} > 0, \frac{dQ_{t,SF}}{d\mu} \geq 0.$$

В условиях утверждения 4 объем заимствований на аукционе,  $Q_A$ , определяется спросом банков, центральным же банком определяется ключевая ставка. Для определения влияния роста  $\mu$  на объем заимствования на аукционе, используем уравнение (4). Для предельного банка премия за риск равна спреду между процентной ставкой по операциям постоянного действия и ключевой ставкой, по которой в рассматриваемом случае предоставляются средства на аукционной основе:  $p(\omega^*) = i_{SF} - i_{key}$ . Рассматривая (4) как неявную функцию  $\omega^*(\mu)$ , получим:

$$\frac{d\omega^*}{d\mu} = -\frac{\varphi\phi(\Phi^{-1}(\omega^*))}{\rho\sigma_r}, \quad (12)$$

$$\text{где } \varphi = \frac{\Phi\left(\frac{i_{SF} - \mu - \rho\Phi^{-1}(\omega^*)}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{i_{SF} - \mu - \rho^2\Phi^{-1}(\omega^*)}{\sigma\sqrt{1+\rho^2}}\right)}{\Phi\left(\frac{i_{SF} - \mu - \rho\Phi^{-1}(\omega^*)}{\sigma}\right) + \rho\Phi\left(\frac{i_{SF} - \mu - \rho^2\Phi^{-1}(\omega^*)}{\sigma\sqrt{1+\rho^2}}\right)}.$$

Видно, что  $\frac{d\omega^*}{d\mu} < 0$ .

Поскольку на аукционах заимствуют банки с наивысшей доходностью, то есть, имеющие индекс  $\omega \geq \omega^*$ , выражение (12) показывает, что с ростом средней доходности круг банков, заимствующих на аукционах, расширяется. Поскольку банки, участвующие в аукционе, в модели всегда заимствуют необходимую им сумму полностью, вместе с этим растет и объем привлеченных ими на аукционе средств:  $\frac{dQ_A}{d\mu} = -B\frac{d\omega^*}{d\mu} > 0$ .

По фиксированной ставке заимствуют банки, которые сочли нецелесообразным заимствовать на аукционе в период 0, но отдача на ликвидность которых оказалась впоследствии не ниже  $i_{SF}$ . Объем заимствований в момент  $t = \{1,2\}$  можно получить интегрированием функции плотности совместного распределения доходностей в эти периоды с учетом указанных условий:

$$Q_{t,SF} = B \int_{-\infty}^{\sigma_r\Phi^{-1}(\omega^*)+\mu} \frac{1}{\sigma_r} \phi\left(\frac{R_0 - \mu}{\sigma_r}\right) \int_{i_{SF}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_t} \phi\left(\frac{R_1 - \mu - \rho^t(R_0 - \mu)}{\sigma_t}\right) dR_1 dR_0. \quad (13)$$

Перепишем доходности нулевого периода в (13) в отклонениях от математического ожидания и перейдем к функции распределения вместо внутреннего интеграла:

$$Q_{t,SF} = \frac{B}{\sigma_r\sigma_t} \int_{-\infty}^{\sigma_r\Phi^{-1}(\omega^*)} \phi\left(\frac{r_0}{\sigma_r}\right) \left(1 - \Phi\left(\frac{i_{SF} - \mu - \rho^t r_0}{\sigma_t}\right)\right) dr_0. \quad (14)$$

Дифференцирование (14) по  $\mu$  показывает, что рост доходности оказывает двойное воздействие на заимствования по фиксированной ставке:

$$\frac{dQ_{SF}}{d\mu} = \frac{B}{\sigma_r \sigma_t} (\psi_1 + \psi_2), \quad (15)$$

$$\psi_1 = \sigma_r \frac{d\omega^*}{d\mu} \left( 1 - \Phi \left( \frac{i_{SF} - \mu - \rho^t \sigma_r \Phi^{-1}(\omega^*)}{\sigma_t} \right) \right) < 0,$$

$$\psi_2 = \frac{1}{\sigma_t} \int_{-\infty}^{\sigma_r \Phi^{-1}(\omega^*)} \phi \left( \frac{r_0}{\sigma_r} \right) \phi \left( \frac{i_{SF} - \mu - \rho^t r_0}{\sigma_t} \right) dr_0 > 0.$$

С одной стороны, как было показано выше, часть банков переходит к заимствованию на аукционе. Это отражается уменьшением  $\psi_1$ . С другой стороны, банки, которые ранее не пользовались кредитованием, могут теперь найти выгодным воспользоваться операциями постоянного действия, что соответствует росту  $\psi_2$ . Какой из эффектов превалирует? Анализ оказывается достаточно утомительным и существенно упрощается для важного частного случая:

$$\sigma_t^2 = (1 - \rho^{2t}) \sigma_r^2. \quad (16)$$

Можно показать, что в этом случае при достаточно малых  $\mu$  превалирует второй эффект, и объем заимствования по фиксированной ставке растет с ростом математического ожидания доходности среди банков, в то время как при достаточно больших  $\mu$  в зависимости от параметров может превалировать как второй, так и первый эффект, и, следовательно, с ростом  $\mu$  знак может как сохраняться, так и меняться на противоположный. Доказательство см. в приложении А.2. ■

Поскольку операции постоянного действия, очевидно, являются близким заменителем финансирования на аукционной основе, несимметричное влияние роста спроса на использование этих двух инструментов выглядит парадоксально. Однако, такое явление было описано Фергюсоном и Сейвингом (Ferguson and Saving, 1969) и Тодаро (Todaro, 1969) как инфериорность фактора производства, то есть уменьшение объема использования фактора по мере роста выпуска. В данном случае, как можно видеть, инфериорность не является синонимом низкого качества, как, например, в статье Тодаро. Напротив, заимствование с помощью операций постоянного действия сопряжено с



меньшим риском, и только более высокая процентная ставка (как это видно из уравнения (4)), стимулирует банки отказываться от него.

#### 4. Эмпирическая проверка

Сформулированный в утверждении 4 парадоксальный результат нуждается в эмпирической проверке. Для этого я использую публикуемые Центральным банком России данные об аукционах РЕПО и заимствованиях в рамках операций постоянного действия в период с апреля 2014 по сентябрь 2016 годов, для которого были характерны структурный дефицит ликвидности и редкое использование инструментов тонкой настройки, оставшихся за рамками модели. Из 128 недель этого периода только 83 удовлетворяют следующим критериям: насчитывают по пять стандартных рабочих дней; аукцион РЕПО во вторник состоялся; не проводилось операций тонкой настройки и не происходило изменения ключевой ставки. В 75 из них на аукционе наблюдался избыточный спрос, а в восьми – недостаточный.

Как показывают уравнения (4) и (5), спрос на финансирование на аукционной основе зависит не от  $\mu$  напрямую, а лишь от разности:  $\mu - i_{SF}$ . Это позволяет оценивать модель в отклонениях от ставки процента по операциям постоянного действия.

В случае избыточного спроса равновесие устанавливается при ставке выше ключевой, а индикатором спроса является спрэд между аукционной ставкой и ставкой по операциям постоянного действия. Во втором случае равновесие устанавливается на уровне ключевой ставки, а объем спроса по ключевой ставке оказывается равным объему заимствования на аукционе. Описательная статистика по всей выборке и для отдельных случаев приведена в таблице 1.

## Описательная статистика

Подвыборка	Избыточный спрос		Недостаточный спрос		Всего	
	Средн	СКО	Средн	СКО	Средн	СКО
Логарифм объема заимствований по операциям постоянного действия	11,071	1,197	10,245	1,365	10,991	1,237
Спрэд между предельной ставкой на аукционе и ставкой по операциям постоянного действия	-0,594	0,317	-0,999	0,003	-0,633	0,324
Спрэд между средней ставкой на аукционе и ставкой по операциям постоянного действия	-0,444	0,285	-0,759	0,242	-0,474	0,296
Логарифм объема заимствований на аукционе	13,634	1,022	14,349	0,525	13,703	1,007
Квадрат логарифма объема заимствований на аукционе	186,9	26,4	206,2	14,7	188,8	26,2
Число наблюдений	375		40		415	

Утверждение 3 предсказывает, что при избыточном спросе колебания спроса приводят к однонаправленным изменениям спреда между аукционной ставкой и ставкой по операциям постоянного действия с одной стороны и объемом заимствования в рамках операций постоянного действия. Из-за наличия полной информации в модели нет различий между предельной и средней ставками на аукционе. Однако, в реальности это различие наблюдается. Поэтому я оценю регрессию логарифма объема заимствований с помощью операций постоянного действия как на спрэд предельной ставки (модель 1), так и на спрэд средней ставки (модель 2). Поскольку к моменту проведения аукциона во вторник банки имеют менее точные сведения о своих потребностях в ресурсах в следующий вторник по сравнению с ближайшей средой, а также для учета возможных календарных эффектов в модель вводятся фиксированные эффекты дней недели, а ошибки кластеризуются по дням недели. Результаты оценки, представленные в таблице 2,

согласуются с утверждением 3. Соответствующие диаграммы рассеяния представлены на рис. 2.

Таблица 2

### Результаты оценки

Зависимая переменная	Логарифм объема заимствований по операциям постоянного действия			
	1	2	3	4
Модель				
Подвыборка	Избыточный спрос		Недостаточный спрос	
Спрэд между предельной ставкой на аукционе и ставкой по операциям постоянного действия	2,328*** (0.188)			
Спрэд между средней ставкой на аукционе и ставкой по операциям постоянного действия		2,278*** (0,150)		
Логарифм объема заимствований на аукционе			-1,219*** (0,080)	70,887*** (5,423)
Логарифм объема заимствований на аукционе в квадрате				-2,568*** (0,227)
R <sup>2</sup>	0.38	0.30	0.22	0.49
Число наблюдений	375	375	40	40

Примечания: В скобках приведены стандартные ошибки (кластеризованные по дням недели), \*\*\* означает значимость на 1% уровне. Фиксированные эффекты дней недели включены.

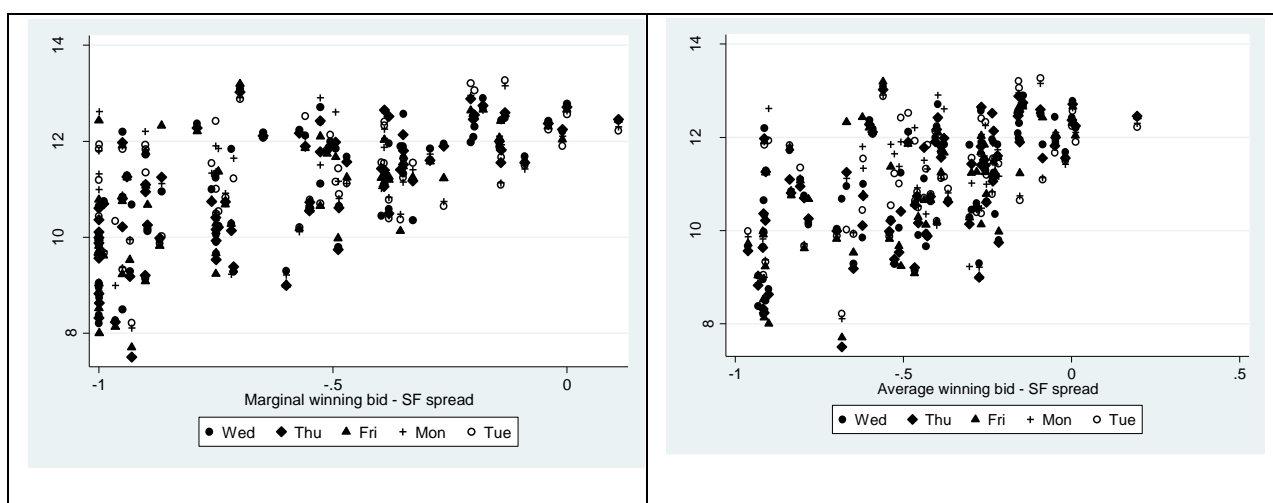


Рис. 2. Объемы операций постоянного действия при избыточном спросе

Утверждение 4 предсказывает, что при недостаточном спросе рост спроса оказывает положительное воздействие на объем заимствований на аукционе, а знак эффекта на объем операций постоянного действия совпадает с ним при низком спросе и

может различаться при высоком. Для его проверки я оцениваю регрессию логарифма объема заимствований по операциям постоянного действия на логарифм объема заимствований на аукционе (модель 3), а также на логарифм и квадрат логарифма объема заимствований на аукционе (модель 4), представленные в таблице 2. Диаграмма рассеяния представлена на рис. 3.

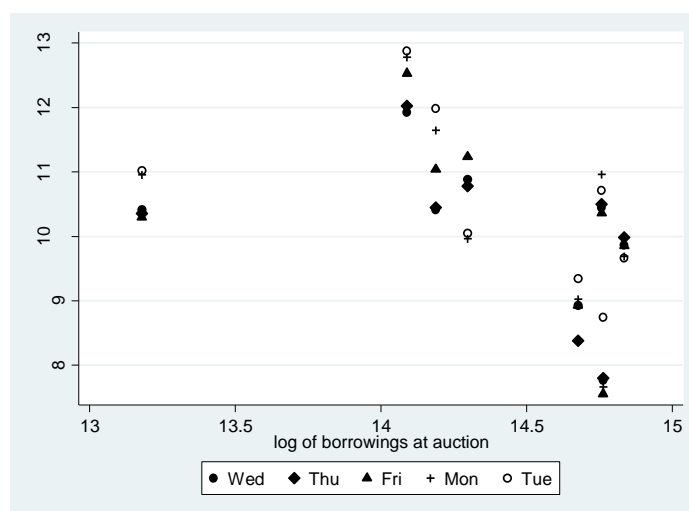


Рис. 3. Объемы операций постоянного действия при недостаточном спросе

Результаты оценки соответствуют предсказаниям утверждения 4. В частности, в случае нелинейной зависимости видно, что при низком спросе предельный эффект положительный, однако он убывает с ростом спроса и становится отрицательным при среднем уровне спроса по подвыборке.

Таким образом, эмпирические данные согласуются с выводами модели. В частности, обнаруживается, что операции постоянного действия могут выступать как инфериорный фактор в том смысле, что расширение спроса на заимствования вообще приводит к сокращению заимствований через операции постоянного действия. Данный эффект усиливается с увеличением объема заимствований.

## Заключение

В работе рассматривался выбор банков между участием в еженедельных аукционах РЕПО и операциями рефинансирования постоянного действия. Эти инструменты являются близкими заменителями, однако в силу различий в сроках финансирования и

датах заключения и исполнения сделок банки выбирают аукционы только при условии, что аукционные ставки существенно ниже ставок по операциям постоянного действия. При этом, поскольку высокая доходность, которую могут получить банки на свои ликвидные активы сейчас, предсказывает высокую доходность в последующие дни, банки с большей доходностью принимают решение участвовать в аукционе, в то время как банки с более низкой доходностью не участвуют в аукционах и в дальнейшем могут пользоваться операциями постоянного действия.

Расширение спроса на ликвидные активы в банковской системе (моделируемое как рост математического ожидания доходности среди банков) способствует росту процентной ставки на аукционе и более активному пользованию операциями постоянного действия в ситуации избыточного спроса на ликвидность на аукционе. Если же центральный банк предоставляет достаточно ликвидности, чтобы удовлетворить все аукционные заявки, рост спроса, разумеется, ведет к расширению финансирования посредством участия в аукционе, но оказывает неоднозначное воздействие на использование операций постоянного действия. При достаточно низком спросе это воздействие положительное, но с ростом спроса знак при определенных параметрах модели может измениться на противоположный. Этот результат выглядит контринтуитивно, но подтверждается эмпирическими сведениями о предоставлении финансирования на российском денежном рынке за период с апреля 2014 по сентябрь 2016 года. Такое явление – пример инфериорности фактора производства. Любопытно, что банки готовы платить более высокие ставки за пользование этим инфериорным источником финансирования. Это показывает, что в отношении факторов производства инфериорность не является синонимом низкого качества ресурса.

## Приложения

### Приложение А.1.

Пусть  $x$  – нормально распределенная случайная величина с математическим ожиданием  $\mu$  и дисперсией  $\sigma^2$ :  $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Пусть  $y = \begin{cases} x_0, & x < x_0 \\ x, & x \geq x_0 \end{cases}$ , где  $x_0$  – параметр. Тогда

математическое ожидание  $y$   $E(y) = \Pr(x < x_0)x_0 + (1 - \Pr(x < x_0))E(x > x_0)$ . Используя формулу математического ожидания усеченной нормально распределенной величины,

получаем:  $E(y) = (x_0 - \mu)\Phi\left(\frac{x_0 - \mu}{\sigma}\right) + \mu + \sigma\phi\left(\frac{x_0 - \mu}{\sigma}\right)$ . Удобно выразить это

математическое ожидание через первообразную функции стандартного нормального распределения такую, что  $F(x) = \int_{-\infty}^x \phi(x)dx = x\Phi(x) + \phi(x)$ . В итоге получаем:

$$E(y) = \sigma F\left(\frac{x_0 - \mu}{\sigma}\right) + \mu.$$

### Приложение А.2.

Доказательство основывается на определении пределов слагаемых  $\psi_1$  и  $\psi_2$ , определенных в (15), при  $\mu \rightarrow \pm\infty$ .

1. Если средняя доходность  $\mu$  достаточно высока, в аукционе будут участвовать все, кроме сколь угодно малой доли банков:  $\lim_{\mu \rightarrow +\infty} \omega^* = 0$ . Напротив, если средняя

доходность достаточно низка, в аукционе не будут участвовать все, кроме сколь угодно малой доли банков:  $\lim_{\mu \rightarrow -\infty} \omega^* = 1$ .

В самом деле, аналогичным использованному для выведения уравнения (12) способом можно получить, что:

$$\frac{d\Phi^{-1}(\omega^*)}{d\mu} = -\frac{\phi}{\rho\sigma_r}, \tag{A.1}$$

а, как видно из (12),

$$\frac{1}{\rho} > \phi > 1. \tag{A.2}$$

Таким образом,  $\Phi^{-1}(\omega^*)$  неограниченно убывает с ростом  $\mu$ , и, следовательно,  $\omega^*$  стремится к нулю. Аналогичным образом, убывание  $\mu$  ведет к неограниченному росту  $\Phi^{-1}(\omega^*)$ , а  $\omega^*$ , следовательно, стремится к единице.

2. Найдем предел полезного в дальнейшем отношения:  $\lim_{\mu \rightarrow \pm\infty} \frac{\Phi^{-1}(\omega^*)}{i_{SF} - \mu}$ . Используя

правило Лопиталья и (A.1), получаем:  $\lim_{\mu \rightarrow \pm\infty} \frac{\Phi^{-1}(\omega^*)}{i_{SF} - \mu} = \frac{\rho\sigma_r}{\varphi} \left( \lim_{\mu \rightarrow \pm\infty} \frac{\Phi^{-1}(\omega^*)}{i_{SF} - \mu} \right)^2$ , откуда:

$$\lim_{\mu \rightarrow \pm\infty} \frac{\Phi^{-1}(\omega^*)}{i_{SF} - \mu} = \frac{1}{\rho\sigma_r} \lim_{\mu \rightarrow \pm\infty} \varphi. \quad (A.3)$$

3. Пользуясь результатом пункта 1 и используя уравнение (12), можно увидеть, что  $\psi_1$  стремится к нулю по мере того, как  $\mu \rightarrow \pm\infty$ .

Слагаемое  $\psi_2$  можно выразить через функцию нормального распределения. В

самом деле, после подстановки (16)  $\phi\left(\frac{r_0}{\sigma_r}\right)\phi\left(\frac{i_{SF} - \mu - \rho^t r_0}{\sigma_t}\right) =$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(i_{SF} - \mu)^2}{\sigma_r^2}} \phi\left(\frac{r_0}{\sigma_t} - \frac{(i_{SF} - \mu)\rho^t}{\sigma_t}\right). \text{ Тогда } \psi_2 = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(i_{SF} - \mu)^2}{\sigma_r^2}} \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(\omega^*)\sigma_r - (i_{SF} - \mu)\rho^t}{\sigma_t}\right).$$

Таким образом, и  $\psi_2$  стремится к нулю по мере того, как  $\mu \rightarrow \pm\infty$ .

4. Преобразуем  $\psi_1 + \psi_2 = \psi_1 \left( \frac{\psi_2}{\psi_1} + 1 \right)$  и представим пределы  $\frac{\psi_2}{\psi_1}$  при  $\mu \rightarrow \pm\infty$  как

произведение

$$\lim_{\mu \rightarrow \pm\infty} \frac{\psi_2}{\psi_1} = -\frac{\rho}{\sigma_t} \frac{1}{\lim_{\mu \rightarrow \pm\infty} \varphi} \lim_{\mu \rightarrow \pm\infty} e^{\frac{1}{2} \left( (\Phi^{-1}(\omega^*))^2 - \frac{(i_{SF} - \mu)^2}{\sigma_r^2} \right)} \lim_{\mu \rightarrow \pm\infty} \frac{\Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(\omega^*)\sigma_r - (i_{SF} - \mu)\rho^t}{\sigma_t}\right)}{\Phi\left(\frac{\rho^t \sigma_r \Phi^{-1}(\omega^*(\mu)) - (i_{SF} - \mu)}{\sigma_t}\right)}. \quad (A.4)$$

Подставив (A.3), получаем:  $\lim_{\mu \rightarrow \pm\infty} e^{\frac{1}{2} \left( (\Phi^{-1}(\omega^*))^2 - \frac{(i_{SF} - \mu)^2}{\sigma_r^2} \right)} = +\infty;$

$$\lim_{\mu \rightarrow +\infty} \Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(\omega^*)\sigma_r - (i_{SF} - \mu)\rho^t}{\sigma_t} \right) = 0;$$

$$\lim_{\mu \rightarrow -\infty} \Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(\omega^*)\sigma_r - (i_{SF} - \mu)\rho^t}{\sigma_t} \right) = 1.$$

Выпишем пределы знаменателя последнего сомножителя (A.4):

$$\lim_{\mu \rightarrow \pm\infty} \Phi \left( \frac{\rho^t \sigma_r \Phi^{-1}(\omega^*(\mu)) - (i_{SF} - \mu)}{\sigma_t} \right). \quad (A.5)$$

Их значения зависят от дня недели  $t$  и представлены в таблице A.1.

Таблица A.1.

**Пределы выражения (A.5)**

	$t = 1$	$t = 2$
$\mu \rightarrow -\infty$	1	0
$\mu \rightarrow +\infty$	0	1

Соответствующие им пределы всего последнего сомножителя (A.4):

$$\lim_{\mu \rightarrow \pm\infty} \frac{\Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(\omega^*)\sigma_r - (i_{SF} - \mu)\rho^t}{\sigma_t} \right)}{\Phi \left( \frac{\rho^t \sigma_r \Phi^{-1}(\omega^*(\mu)) - (i_{SF} - \mu)}{\sigma_t} \right)} \quad (A.6)$$

представлены в таблице A.2.

Таблица A.2.

**Пределы выражения (A.6)**

	$t = 1$	$t = 2$
$\mu \rightarrow -\infty$	1	$+\infty$
$\mu \rightarrow +\infty$	0/0	0

Таким образом, в зависимости от  $\mu$  и  $t$ , отношение  $\frac{\Psi_2}{\Psi_1}$  может как неограниченно

убывать, так и стремиться к 0 снизу. Поэтому, как следует из (15), рост  $\mu$  может как увеличивать, так и уменьшать объем заимствований по фиксированной ставке. ■



## Литература

1. Berentsen, A. and Monnet, C. Monetary policy in a channel system. *Journal of Monetary Economics*, 2008, vol. 55, no 6, pp.1067-1080.
2. Bindseil U., Jablecki J. The Optimal Width of the Central Bank Standing Facilities Corridor and Banks Day-to-Day Liquidity Management. 2011, ECB Working paper No1350.
3. Bindseil U., Wurtz F. Open market operations – their role and specification today. In *Open Market Operations and Financial Markets* / ed. D.G. Mayes and J. Toporowsky, Routledge, 2007, pp. 54-79.
4. Egorov, A., Kovalenko, O., 2013. Structural features and interest-rate dynamics of Russia's interbank lending market. *BOFIT Discussion Papers*, 2013, No23/2013.
5. Ferguson, C. E. and Saving T.R. Long-Run Scale Adjustments of a Perfectly Competitive Firm and Industry. *American Economic Review*, 1969, vol. 59, no 5, pp. 774-783.
6. Hauck A., Neyer U. A model of the Eurosystem's operational framework and the euro overnight interbank market. *European Journal of Political Economy*, 2014, vol. 34, S65–S82.
7. Kahn G.A. Monetary Policy under a Corridor Operating Framework. *Economic Review*. Federal Reserve Bank of Kansas, 2010, No 4, pp. 5-33.
8. Neyer U. The design of the Eurosystem's Monetary Policy Instruments. *Physica-Verlag*, 2007.
9. Todaro, M.P. A theoretical note on labour as an 'inferior' factor in less developed economies. *The Journal of Development Studies*, 1969, vol.5, No 4, pp. 252-261.