

АГРЕГИРОВАНИЯ ПРОГНОЗОВ И РЕКОМЕНДАЦИЙ ФИНАНСОВЫХ АНАЛИТИКОВ В РАМКАХ ТЕОРИИ СВИДЕТЕЛЬСТВ

Е.А. Кутынина, А.Е. Лепский

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», г. Москва

Aggregation of Forecasts and Recommendations of Financial Analyst's in the Framework of Evidence Theory

E. Kutynina, A. Lepskiy

National Research University – Higher School of Economics, Moscow, Russia

Аннотация. В работе рассмотрен метод агрегирования рекомендаций финансовых аналитиков, основанный на теории свидетельств на примере российского фондового рынка, а также проведено сравнение качества полученных прогнозов с классическим консенсус-методом. Показано, что правила комбинирования, которые широко развиты в теории свидетельств, позволяют агрегировать рекомендации аналитиков с учетом исторической надежности источников информации, характера принимаемых решений (пессимистичность-оптимистичность), конфликта между прогнозами и рекомендациями и т.д. Показано, что полученные агрегированные прогнозы в большинстве случаев оказываются точнее консенсус-прогнозов.

Ключевые слова: теория свидетельств, правила комбинирования, рекомендации аналитиков, консенсус-прогноз, дисконтирование свидетельств.

1 Введение

При принятии решений инвестором на фондовом рынке центральную роль играет информационная составляющая. Среди информационных факторов особо выделяются прогнозы и рекомендации финансовых аналитиков.

Значимость рекомендаций аналитиков на те или иные аспекты принятия решений инвесторами в научной литературе оценивается по-разному. В некоторых работах вообще ставится под сомнение влияние прогнозов на доходность при принятии решений инвесторами. Но большинство исследователей склоняются к тому, что рекомендации аналитиков полезны при принятии решений. Так в [Faias 2015] (а ранее и в других работах) было показано, что изменение рекомендаций аналитиков оказывает до 20% влияние на изменение цен акций. Некоторые исследователи, например, [Brown & Kim 1991] утверждают (и пока-

зывают это), что рекомендации аналитиков лучше прогнозируют прибыль на акцию (EPS values), чем модели временных рядов (например, GARCH-модели).

Связь точности прогнозов с качеством финансовых институтов исследовалась в [Pacelli 2016]. Влияние конфликта интересов на качество прогнозов рассматривалось в [Ertimur et al. 2007]. Математическая модель между точностью прогнозов аналитиков и доходностью рекомендаций была построена и исследовалась в [Marinelli & Weissensteiner 2014]. Факторы, влияющие на точность прогнозов аналитиков, исследовались в [Clement 1999]. В частности, в этой работе было показано влияние на точность прогнозов таких факторов, как опыт аналитика, ресурсное обеспечение, широта его специализации и др. Сравнение рекомендаций от инвестбанков и независимых компаний было осуществлено в [Barber et al. 2007]. Влияние прогнозов на изменение стоимости акций исследовалось в [Barber et al. 2006]. В [Farooq 2016] было показано, что рекомендации покупки акций являются значимым положительным сигналом к росту доходности, а рекомендации продажи – значимым отрицательным сигналом. В тоже время в этой же работе было продемонстрировано, что эффективность рекомендаций неоднородна по компаниям и отраслям. В частности, эффективность рекомендаций невысока для компаний с низким уровнем прозрачности.

В [Hsieh et al. 2006] исследовалась информативность и взаимосвязь рекомендаций аналитиков и инсайдерской информации. В [Bradley et al. 2012] было проанализировано изменение характера рекомендаций аналитиков из инвестбанков с разной репутацией в период IPO.

Большой обзор зарубежной научной литературы до 2009 года по анализу рекомендаций финансовых аналитиков можно найти в [Ramnath et al. 2008b].

Значительно меньше исследований посвящено анализу качества прогнозов российских аналитиков. Так в [Заверский и Кононова 2006] были проанализированы рекомендации аналитиков на рынке корпоративных облигаций. В [Болотин 2010] была оценена прогностическая способность финансовых аналитиков. В [Bronevich et al. 2015, Bronevich et al. 2016] была проанализирована конфликтность и согласованность прогнозов и рекомендаций финансовых аналитиков на российском фондовом рынке методами теории свидетельств.

Среди задач, связанных с оценкой рекомендаций финансовых аналитиков, важное место занимает задача агрегирования рекомендаций и прогнозов. Так в [Berkman & Yang 2016] было продемонстрировано, что учет агрегированных на уровне стран рекомендаций аналитиков улучшает доходность на международном фондовом рынке. В [Howe et al.

2009] показано, что учет изменений в агрегированных рекомендациях положительно влияет в среднем на получение дохода и прибыли. В этом исследовании, в частности, показано, что учет агрегированных рекомендаций оказывается полезным при принятии решений на коротком горизонте (3 месяца) для инвесторов на фондовой бирже. В [Huang et al. 2009] была показана значимость комбинирования рекомендаций аналитиков и прогнозов целевой цены для построения доходной инвестиционной стратегии.

В [Евстратчик и Мегорская 2011] было выполнено сравнение прогнозов аналитиков с эконометрическими прогнозными моделями – простыми и агрегированными. Было показано, что в период резкого слома трендов простые экспертные прогнозы оказались точнее эконометрических, а при рассмотрении агрегированных прогнозов некоторые эконометрические прогнозы оказались существенно лучше экспертных.

В качестве основного метода агрегирования, как правило, используется консенсус прогноз с весами. В качестве весов выступают значения рыночной капитализации фирм [Berkman & Yang 2016], субъективные представления о компетенции экспертов [Евстратчик и Мегорская 2011] и т.д.

Вместе с тем, в ряде исследований было показано, что к агрегированным прогнозам надо относиться с осторожностью. Так в [Kim et al. 2001] утверждалось, что среднее значение неэффективно использовать для агрегирования прогнозов. Эта неэффективность возрастает при увеличении числа прогнозов в агрегировании. Там же были предложены некоторые процедуры выбора «хороших» прогнозов для агрегирования.

В докладе рассмотрен метод агрегирования рекомендаций финансовых аналитиков, основанный на теории свидетельств (теории Демпстера-Шейфера, теории функций доверия [Dempster 1967, Shafer 1976]) на примере российского фондового рынка, а также проведено сравнение качества полученных прогнозов с классическим консенсус-методом. Этот метод позволяет агрегировать информацию о рекомендациях аналитиков с прогнозами целевой цены.

В качестве источников экспертных оценок в данном исследовании выступают российские инвестиционные банки и аналитические компании, предоставляющие свои годовые прогнозы в отношении голубых фишек, представленных на российском фондовом рынке за период 2010-2016 годы. Кроме того, в исследовании использованы данные о реальной стоимости акций анализируемых компаний, которые были собраны с помощью терминалов РБК QUOTE и Bloomberg Terminal.

2 Основные понятия теории свидетельств

Теория свидетельств (теория функций доверия или теория Демпстера-Шейфера) была предложена в работе Демпстера ([Dempster 1967]) и затем более детально была разработана в работе Шейфера [Shafer 1976]), как метод обработки свидетельств, представленных в виде совокупности множеств принадлежности истинной альтернативы и частот, характеризующих степень этой принадлежности. За последние 40 лет теория свидетельств стала одним из наиболее мощных инструментов обработки неопределенной информации. В частности, в последнее время эта теория широко используется в финансово-экономическом анализе, например, при прогнозировании прибыльности инвестиций на основе интервальных экспертных оценок [Уткин 2007], в маркетинговом анализе данных [Kanjanatarakul et al. 2014], прогнозировании дохода на фондовой бирже [Autchariyapanitkul et al. 2014], в форсайт-исследованиях [Xu et al. 2014] и т.д.

Пусть Ω – некоторое универсальное множество (фрейм различий) всех возможных значений результатов эксперимента (наблюдений, альтернатив и т.д.), $Po(\Omega)$ – множество всех подмножеств из Ω . Базовой вероятностью в теории свидетельств называют функцию множеств $m: Po(\Omega) \rightarrow [0,1]$, которая удовлетворяет условиям $m(\emptyset) = 0$ и $\sum_{A \in Po(\Omega)} m(A) = 1$. В [Dempster 1967], в частности, базовая вероятность рассматривалась как относительная частота того, что истинная альтернатива принадлежит множеству A_i , т.е.

$$m(A_i) = \frac{c_i}{N},$$

где c_i – количество наблюдаемых множеств $A_i \subseteq \Omega$, N – общее количество наблюдений. Этот способ расчета базовой вероятности применим в случае, когда число измерений N достаточно велико. При небольшом значении N результаты могут быть более рискованными и неопределенными.

Подмножество $A \subseteq \Omega$ называют фокальным элементом, если $m(A) > 0$. Пару $F = (\mathcal{A}, m)$ из множества всех фокальных элементов $\mathcal{A} = \{A\}$ и соответствующей функции масс $m(A)$, $A \in \mathcal{A}$ называют телом свидетельства. Тело свидетельства $F_A = (A, 1)$, имеющее только один фокальный элемент, называют категоричным (categorical). В частности, тело свидетельства $F_\Omega = (\Omega, 1)$ называют бессодержательным (vacuous), поскольку оно не несет никакой информации о принадлежности истинной альтернативы какому-либо подмножеству из Ω . Любое тело свидетельства $F = (\mathcal{A}, m)$ можно представить в виде

$F = \sum_{A \in \mathcal{A}} m(A)F_A$, т.е. как выпуклую комбинацию категоричных свидетельств. Тело свидетельства называют простым (simple), если оно имеет не более двух фокальных элементов, причем, если их два, то Ω – одно из них. Простое тело свидетельства можно представить в виде $F_A^\omega = (1-\omega)F_A + \omega F_\Omega$, где $\omega \in [0,1]$. В частности, $F_A^0 = F_A$ и $F_A^1 = F_\Omega$.

Параллельным (а для некоторых задач и более удобным) является представление свидетельств с помощью некоторых функций множеств, среди которых в первую очередь выделяют:

- функцию доверия $Bel(A) = \sum_{B: B \subseteq A} m(B)$;
- функцию правдоподобия $Pl(A) = \sum_{B: B \cap A \neq \emptyset} m(B)$.

Функции доверия и правдоподобия можно рассматривать как нижнюю и верхнюю оценки вероятности наступления события A : $Bel(A) \leq Pr(A) \leq Pl(A)$.

Одним из удобных инструментов в теории свидетельств является возможность комбинирования свидетельств, т.е. агрегирования информации полученной из разных источников. Существуют несколько правил комбинирования (см. обзор, например, в [Senz & Ferson 2002]). Исторически первым из них было правило Демпстера [Dempster 1967]. Основными предпосылками возможности комбинирования свидетельств с помощью правила Демпстера является независимость источников данных, а также полное доверие к этим источникам. Предположим, существуют две независимые группы экспертов, которые предоставляют свои прогнозы относительно некоторого события A (например, попадание цены акций в числовое множество A). Пусть в первую и вторую группы входят N_1 и N_2 экспертов соответственно. Для каждого события A_i (экспертная оценка A) и для каждой группы экспертов подсчитываются базовые вероятности:

$$m_1(A_i^1) = \frac{c_i^1}{N_1}, \quad m_2(A_j^2) = \frac{c_j^2}{N_2},$$

где c_i^1 (c_j^2) – число экспертов из первой (второй) группы, которые указали событие A_i^1 (A_j^2) в качестве возможного исхода.

Тогда комбинированная базовая вероятность $m = m_1 \oplus m_2$ вычисляется по формуле

$$m(A) = \frac{1}{1-K} \sum_{A_i^1 \cap A_j^2 = A} m_1(A_i^1) m_2(A_j^2), \quad A \neq \emptyset,$$

где $K = m(\emptyset) = \sum_{A_i^1 \cap A_j^2 = \emptyset} m_1(A_i^1) m_2(A_j^2)$.

Величина $K \in [0,1]$ характеризует степень конфликтности источников: чем больше значение этого параметра, тем более противоречивую информацию предоставляют источники. В частности, если источники информации являются абсолютно конфликтными, т.е. $A_i^1 \cap A_j^2 = \emptyset$ для всех пар фокальных элементов двух источников, то правило комбинирования Демпстера неприменимо, поскольку в этом случае $K = 1$.

Операция комбинированная \oplus является ассоциативной и, следовательно, позволяет комбинировать любое конечное число свидетельств.

Заметим, что при комбинировании по правилу Демпстера категоричных неконфликтных свидетельств F_A и F_B ($A \cap B \neq \emptyset$) мы получим категоричное свидетельство $F_{A \cap B}$. При комбинировании простых свидетельств $F_A^{\omega_A}$ и $F_B^{\omega_B}$ – получим свидетельство, состоящее либо из 3-х фокальных элементов A, B, Ω , если $A \cap B = \emptyset$, либо из 4-х: $A, B, A \cap B, \Omega$, если $A \cap B \neq \emptyset$.

Пример 1. Пусть один эксперт предсказывает, что стоимость акций некоторой компании через месяц будет в промежутке $[40,50)$ с базовой вероятностью $m_1([40,50)) = 0.7$ или в промежутке $[50,55)$ с базовой вероятностью $m_1([50,55)) = 0.3$. Другой эксперт предсказывает, что цена за акцию той же компании через месяц будет в промежутке $[40,48)$ с базовой вероятностью $m_2([40,48)) = 0.6$ или в промежутке $[48,52)$ с базовой вероятностью $m_2([48,52)) = 0.4$. Тогда конфликт между этими двумя свидетельствами равен $K = 0.3 \cdot 0.6 = 0.18$, а комбинирование по правилу Демпстера даст новое свидетельство с базовыми вероятностями $m([40,48)) = \frac{1}{1-K} \cdot 0.7 \cdot 0.6 = 21/41$, $m([48,50)) = \frac{1}{1-K} \cdot 0.7 \cdot 0.4 = 14/41$, $m([50,52)) = \frac{1}{1-K} \cdot 0.3 \cdot 0.4 = 6/41$.

Если экспертные оценки относительно события A представляют собой ограниченные числовые множества в \mathbb{R} , то можно вычислить верхнюю и нижнюю границы математического ожидания принадлежности истинной альтернативы:

$$\underline{E} = \sum_{i=1}^n m(A_i) \inf \{A_i\}, \quad \bar{E} = \sum_{i=1}^n m(A_i) \sup \{A_i\}.$$

Например, для данных из Примера 1 для комбинированных свидетельств $\underline{E} = \frac{21}{41} \cdot 40 + \frac{14}{41} \cdot 48 + \frac{6}{41} \cdot 50 \approx 44,19$ и $\bar{E} = \frac{21}{41} \cdot 48 + \frac{14}{41} \cdot 50 + \frac{6}{41} \cdot 52 \approx 49,27$.

Если источники информации не являются абсолютно надежными, то это можно учесть с помощью, так называемого правила дисконтирования, которое было предложено в [Shafer 1976]. В соответствии с этим правилом степень надежности источника информа-

ции оценивается с помощью коэффициента дисконтирования $\alpha \in [0, 1]$. При этом базовые вероятности фокальных элементов пересчитываются по формуле:

$$m^\alpha(A) = (1 - \alpha)m(A) \text{ для всех } A \neq \Omega, \quad m^\alpha(\Omega) = \alpha + (1 - \alpha)m(\Omega).$$

При $\alpha = 1$ источник считается абсолютно ненадежным, при $\alpha = 0$ источник является абсолютно надежным. После дисконтирования базовых вероятностей, применяется правило Демпстера или другое правило комбинирования. Заметим, что после дисконтирования категоричное свидетельство F_A станет простым свидетельством F_A^α , а простое свидетельство F_A^ω преобразуется в простое – $F_A^{\alpha+(1-\alpha)\omega}$.

Пример 2. Если в Примере 1 первый источник информации имел надежность $\alpha_1 = 0.2$, а второй был абсолютно надежным (т.е. $\alpha_2 = 0$), то после дисконтирования первого источника мы получим новое свидетельство: $m_1([40, 50]) = 0.8 \cdot 0.7 = 0.56$, $m_1([50, 55]) = 0.8 \cdot 0.3 = 0.24$ и, если считать, что цена акции в любом случае будет в промежутке $\Omega = [0, 100]$, то $m_1([0, 100]) = 0.2$. Тогда после комбинирования этого свидетельства со вторым свидетельством, получим: $K = 0.24 \cdot 0.6 = 0.144$, $m([40, 48]) = \frac{1}{1-K} \cdot (0.56 \cdot 0.6 + 0.2 \cdot 0.6) = 57/107$, $m([48, 50]) = \frac{1}{1-K} \cdot 0.56 \cdot 0.4 = 28/107$, $m([50, 52]) = \frac{1}{1-K} \cdot 0.24 \cdot 0.4 = 12/107$, $m([48, 52]) = \frac{1}{1-K} \cdot 0.2 \cdot 0.4 = 10/107$. В этом случае верхняя и нижняя границы математического ожидания стоимости акции будут равны: $\underline{E} = \frac{57}{107} \cdot 40 + \frac{28+10}{107} \cdot 48 + \frac{12}{107} \cdot 50 \approx 43,96$ и $\bar{E} = \frac{57+10}{107} \cdot 48 + \frac{28}{107} \cdot 50 + \frac{12}{107} \cdot 52 \approx 48,97$, т.е. границы немного уменьшатся, что больше соответствует прогнозу более надежного второго свидетельства.

Кроме того, для дисконтированных свидетельств с ненулевыми коэффициентами мера конфликта $K \neq 1$ и применимо правило комбинирования Демпстера.

Двойственным к правилу Демпстера является дизъюнктивное правило консенсуса Дюбуа-Прада [Dubois & Prade 1992]:

$$m^{DP}(A) = \sum_{B \cup C = A} m_1(A)m_2(B).$$

Правило Демпстера является оптимистичным в том смысле, что если один источник утверждает, что истинная альтернатива принадлежит множеству A , а другой – множеству B , то в соответствии с правилом Демпстера мы получим свидетельство, которое утверждает, что истинная альтернатива принадлежит множеству $A \cap B$. Напротив, дизъюнктивное правило консенсуса является пессимистичным – после комбинирования тех же

свидетельств в соответствии с дизъюнктивным правилом, мы получим, что истинная альтернатива принадлежит множеству $A \cup B$.

Пример 3. Для двух свидетельств из Примера 1 комбинирование по дизъюнктивному правилу даст следующий результат: $m^{DP}([40, 50]) = 0.7 \cdot 0.6 = 0.42$, $m^{DP}([40, 52]) = 0.7 \cdot 0.4 = 0.28$, $m^{DP}([40, 48] \cup [50, 55]) = 0.3 \cdot 0.6 = 0.18$, $m^{DP}([48, 55]) = 0.3 \cdot 0.4 = 0.12$. И тогда, например, верхняя и нижняя оценки математического ожидания стоимости акции будут равны: $\underline{E} = (0.42 + 0.28 + 0.18) \cdot 40 + 0.12 \cdot 48 = 40.96$ и $\bar{E} = 0.42 \cdot 50 + 0.28 \cdot 52 + (0.18 + 0.12) \cdot 55 = 52.6$. В этом случае мы будем получать более осторожные (и более неопределенные) оценки, чем в случае комбинирования по правилу Демпстера.

В данной работе для комбинирования свидетельств будем использовать только правило Демпстера.

3 Описание данных

Как правило, экспертная оценка относительно поведения цены акции на ограниченном временном горизонте состоит из двух показателей: целевой цены и непосредственной рекомендации. Прогнозы экспертов можно характеризовать по времени актуальности прогноза. Как правило, выделяют наиболее распространённые временные горизонты: недельные, месячные, квартальные и годовые. Целевая цена – это ожидаемая экспертом цена акции на конец периода действия прогноза.

Рекомендации аналитиков (обозначение Recommendation) могут принимать значения sell, hold, buy, которые соответствуют различным ожидаемым темпам роста цен акций: прогноз sell соответствует низкому или отрицательному ожидаемому потенциалу роста ценной бумаги; hold соответствует среднему ожидаемому потенциалу роста ценной бумаги; buy соответствует высокому ожидаемому потенциалу роста ценной бумаги. Ряд банков используют другие обозначения, которые, однако, можно сопоставить со шкалой «sell-hold-buy».

В качестве источников экспертных оценок в данном исследовании выступают семь российских банков и три аналитических компаний, предоставляющие свои годовые прогнозы в отношении голубых фишек¹ (только обычные акции), представленных на российском фондовом рынке в период с января 2010 по май 2016 года.

¹ Голубые фишки – акции или ценные бумаги наиболее крупных, ликвидных и надёжных компаний со стабильными показателями получаемых доходов и выплачиваемых дивидендов.

Список рассматриваемых банков-источников: Газпромбанк (GPB), Открытие (BO), Райффайзенбанк (RB), Ренессанс Кредит (RK), Сбербанк России (SB), Уралсиб (URS), ВТБ (BVTB).

Список рассматриваемых аналитических компаний: АК BARS Finance (ABF), BCS, Finance Investment Company (UFIC).

Список компаний и обозначений их акций, которые были рассмотрены: Газпро́м (GAZP), Лукойл (LKOH), Росне́фть (ROSN), Сбербанк России (SBER), Магнит (MAGN), Сургутнефтегаз (SNGSP), Норильский никель (GMKN), Банк ВТБ (VTBR), Транснефть (TRNFP), Татнефть (TATN), Мобильные ТелеСистемы (MTSS), Северсталь (CHMF), АЛРОСА (ALRS), Новатэк (NVTK), Аэрофлот (AFLT), Уралкалий (URKA).

Также с помощью терминалов РБК QUOTE и Bloomberg Terminal были собраны данные о реальной стоимости акций данных компаний в период с января 2010 по май 2016 года.

4 Методология исследования

4.1 Нахождение фокальных элементов и тел свидетельств аналитиков

Для того чтобы можно было применить методы теории свидетельств для решения задачи агрегирования прогнозов финансовых аналитиков, необходимо перейти от точечных экспертных оценок к интервальным оценкам. Для этого установим соответствие между прогнозируемым темпом роста акций (продавать-держать-покупать) и соответствующим интервалом, уникальным и достаточно стабильным для каждого банка и аналитической компании. Это соответствие неявно задается методикой составления прогноза, выбранной мерой риска неправильного решения, макроэкономическим фоном и т.д.

В качестве характеристики темпов роста цены акции будем использовать относительную целевую цену, которая представляет собой отношение целевой цены к реальной цене акции на день представления прогноза:

$$CRev(stock, t) = \frac{Tgt_px(stock, t)}{P_cl(stock, t)},$$

где $Tgt_px(stock, t)$ – это целевая цена ценной бумаги, а $P_cl(stock, t)$ – это цена акции $stock$ в день составления прогноза t . Затем для каждого источника данных на основе собранных наблюдений были определены значения переменной $CRev(stock, t)$, которые являются граничными значениями соответствия этой числовой переменной и различными значениями (sell, hold и buy) номинальной переменной-рекомендации. Иными словами, границы определяются как два числовых значения на оси относительных цен акций, раз-

бывающие ось на три интервала, которые соответствуют рекомендациям sell-hold-buy. Эти граничные значения вычисляется из условия минимизации числа попаданий прогнозов относительных цен акций в "не свои" интервалы рекомендаций. Кроме того, определялись нижняя граница для интервала sell, как минимальное значение целевой цены и верхняя граница интервала buy, как максимальное значение целевой цены. Например, для Сбербанка России (SB) sell=[0.36, 0.61), hold=[0.61, 1.17) и buy = [1.17, 1.69). При этом процент ошибок числа попаданий прогнозов относительных цен акций в "не свои" интервалы рекомендаций равен 8.57.

Таким образом, с учетом того, что в течение года одна аналитическая компания дает несколько рекомендаций (пересмотр прогнозов), мы имеем для каждой i -й аналитической компании и для каждой акции $stock$ тело свидетельств $F_{i,stock} = (\mathcal{A}_{i,stock}, m_{i,stock})$, $stock = \{GAZP, \dots, URKA\}$, $i = \{ABF, \dots, BVTB\}$. Каждое тело свидетельств имеет не более трех (без учета дисконтирования) фокальных элемента: $S_{i,stock}$, $H_{i,stock}$, $B_{i,stock}$, а базовые вероятности $m_{i,stock}(A)$ равны относительной частоте попадания рекомендаций i -го источника в один из интервалов ожидаемой относительной цены акции $stock$: $A \in \{S_{i,stock}, H_{i,stock}, B_{i,stock}\}$. В случае дисконтирования к этому множеству фокальных элементов добавится множество Ω .

Можно поставить задачу о нахождении в некотором смысле оптимальных тел свидетельств с учетом пересмотров прогнозов. Пусть имеется n категоричных упорядоченных по времени тел свидетельств F_{A_s} , где $A_s \in \{S_{i,stock}, H_{i,stock}, B_{i,stock}\}$, $s = 1, \dots, n$, которые представляют собой упорядоченное множество рекомендаций i -го источника в течение года. Для того, чтобы найти свидетельство-рекомендацию i -го источника на конец года, рассмотрим комбинированное свидетельство $F(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = \bigoplus_{s=1}^n F_{A_s}^{\alpha_s}$, которое получено с помощью правила Демпстера с дисконтированием, с коэффициентами $1 \geq \alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_n \geq 0$. Здесь $F_{A_s}^{\alpha_s} = (1 - \alpha_s)F_A + \alpha_s F_\Omega$, где $A \in \{S_{i,stock}, H_{i,stock}, B_{i,stock}\}$. Неравенства $1 \geq \alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_n \geq 0$ отражают тот факт, что более важными для комбинирования являются последние по времени рекомендации. Рассмотрим критерий оптимизации $C(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = (E_0[F(\alpha_1, \dots, \alpha_n)] - p)^2$, где p – фактическая последняя «допрогнозная» относительная цена стоимости акций, $E_0[F] = \frac{1}{2}(E[F] + \bar{E}[F])$ – среднее значение интервала математического ожидания прогнозной цены. Требуется найти такие коэффициенты $\alpha_1, \dots, \alpha_n$, которые удовлетворяют условию $1 \geq \alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_n \geq 0$ и $C(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \rightarrow \min$.

Пример 4. Пусть $n = 4$, $F_1 = F_2 = F_4 = F_S$ («продавать») и $F_3 = F_H$ (держать). Тогда

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) = F_S^{\alpha_1} \oplus F_S^{\alpha_2} \oplus F_H^{\alpha_3} \oplus F_S^{\alpha_4} = m(S)F_S + m(H)F_H + m(\Omega)F_\Omega.$$

Конфликт дисконтированных свидетельств равен $K = K(F_S^{\alpha_1}, F_S^{\alpha_2}, F_H^{\alpha_3}, F_S^{\alpha_4}) = (1 - \alpha_3)(1 - \alpha_1\alpha_2\alpha_4)$, а значения функции масс после комбинирования дисконтированных свидетельств равны:

$$m(S) = \frac{1}{1-K} \alpha_3(1 - \alpha_1\alpha_2\alpha_4), \quad m(H) = \frac{1}{1-K} \alpha_1\alpha_2(1 - \alpha_3)\alpha_4, \quad m(\Omega) = \frac{1}{1-K} \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4.$$

Следовательно,

$$C(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) = (E_0[F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)] - p)^2 = \left(\frac{\alpha_3(1 - \alpha_1\alpha_2\alpha_4)S_0 + \alpha_1\alpha_2(1 - \alpha_3)\alpha_4H_0 + \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\Omega_0}{\alpha_3 + \alpha_1\alpha_2\alpha_4 - \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} - p \right)^2,$$

где S_0 , H_0 , Ω_0 – середины интервалов относительных цен S , H и Ω соответственно. Решая задачу $C(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) \rightarrow \min$ при условии $1 \geq \alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \alpha_3 \geq \alpha_4 \geq 0$, найдем оптимальное свидетельство F . Например, если $S_0 = 0.7$, $H_0 = 1.1$, $\Omega_0 = 0.9$ и $p = 0.8$, то получим оптимальные значения $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, $\alpha_3 \approx 0.34$, $\alpha_4 \approx 0.13$ и $F \approx 0.7F_S + 0.2F_H + 0.1F_\Omega$.

Заметим, что при комбинировании I свидетельств вида $m(S)F_S + m(H)F_H + m(B)F_B + m(\Omega)F_\Omega$ мы можем получить новое свидетельство, в котором может быть до 4^I фокальных элементов.

4.2 Различные стратегии комбинирования

Затем для каждого года в период с 2010 по 2015 год и для каждой акции с помощью правила Демпстера были получены комбинированные базовые вероятности попадания относительной цены акции в различные интервалы относительной цены акции на конец каждого года, а также верхняя и нижняя границы математического ожидания относительной цены акции. Заметим, что прогнозы аналитиков различных источников могут быть попарно несовместимы (находиться в конфликте), если числовые интервалы, которым принадлежат прогнозируемые ими целевые цены не пересекаются: $m(A_i^1) > 0$ и $m(A_j^2) > 0$ при этом $A_i^1 \cap A_j^2 = \emptyset$. Свидетельства, полученные из таких источников, не могут быть комбинированы по правилу Демпстера, поэтому требуется определить правило, по которому будет выбираться один из источников, находящихся в конфликте. В данной работе были применены два альтернативных правила выбора источников:

1. Все источники ранжируются по возрастанию степени конфликтности и комбинирование свидетельств начинается с пары наименее конфликтных источников. Степень конфликтности источника i определяется как число остальных источников $j \neq i$, которые находятся в конфликте с источником i . Если данные из первых двух источников ранжированного ряда состоят в конфликте, то выбирается первый источник из ряда. Далее выбираются следующие по очереди в ряду источники, которые не состоят в конфликте с уже комбинированными.

Положительной стороной такого правила является исключение выбросов – свидетельств, которые противоречат всем остальным имеющимся экспертным оценкам. Кроме того, в [Kanne et al. 2012] было показано, что инвесторам следует относиться с осторожностью к тем рекомендациям, которые имеют большой конфликт (в частности, имеют большие расхождения по целевой цене). С другой стороны, согласно этому правилу, в первую очередь комбинируются схожие свидетельства, что не способствует учету мнений экспертов, которые имеют альтернативную точку зрения.

2. Для каждого источника i оценивается степень достоверности прогнозов по каждой акции $stock = \{GAZP, \dots, URKA\}$ в прошлом периоде. Этот показатель рассчитывается как среднее отношение отклонения прогнозируемой относительной цены от реальной относительной цены к максимуму из этих двух величин:

$$\delta_{stock}^i(CRev_{forecast}) = \frac{1}{N} \sum_t \frac{|CRev_{real}(stock,t) - CRev_{forecast}(stock,t)|}{\max(CRev_{real}(stock,t), CRev_{forecast}(stock,t))}, \quad (1)$$

где N – число временных оценок прогнозирования относительно цены акции $stock$, $CRev_{real}(stock, t)$ – реальная относительная цена акции $stock$ в момент времени t , $CRev_{forecast}(stock, t)$ – прогнозная относительная цена акции $stock$ в момент времени t . Все источники ранжируются по возрастанию степени достоверности, и комбинирование свидетельств начинается с пары наиболее достоверных источников. Если данные из первых двух источников ранжированного ряда состоят в конфликте, то выбирается первый источник из ряда. Далее выбираются следующие по очереди в ряду источники, которые не состоят в конфликте с уже комбинированными.

Также для комбинирования свидетельств, полученных из разных источников, было использовано правило дисконтирования с коэффициентами δ_{stock}^i . Если в текущем периоде один из источников предоставляет прогнозы относительно акции, по которой не было рекомендаций в прошлом периоде, можно рассмотреть несколько сценариев отношения к таким прогнозам. Первый сценарий заключается в том, что к рекомендациям относительно новых для данного источника акций можно относиться с высокой степенью доверия, и

выбирать для них небольшое значение коэффициента дисконтирования, например, $\delta_{stock}^i = 0.1$. Второй, нейтральный, сценарий предполагает меньшее доверие к рекомендациям относительно новых для данного источника акций, $\delta_{stock}^i = 0.5$. Третий сценарий предполагает $\delta_{stock}^i = 0.75$, т.е. степень достоверности новых источников предполагается немного меньше степени достоверности источников, прогнозы которых в прошлом периоде были очень далеко от реальных значений.

Относительно «старых» источников информации будем придерживаться двух стратегий. В первом случае – «с цензурой» – будем для комбинирования выбирать только те источники, коэффициент дисконтирования которых меньше заданного порогового значения α . Во втором случае – «без цензуры» – при комбинировании будем использовать все имеющиеся источники.

Далее для каждой акции для каждого периода был рассчитан консенсус-прогноз: сначала для каждого периода $t = \{31.12.2010, \dots, 31.12.2015\}$ и акций $stock = \{GAZP, \dots, URKA\}$ было найдено среднее значение ожидаемой прибыли, которое было спрогнозировано экспертами одного источника $i = \{ABF, \dots, BVTB\}$. Затем, для каждого i рассчитывается средний коэффициент $\overline{CRe}(stock, t)$ по всем источникам. Также альтернативный взвешенный коэффициент $\overline{CRe}^w(stock, t)$ был построен с учетом степени достоверности источников.

4.3 Оценки ошибок прогнозирования

Для вычисления ошибки прогнозов, полученных с помощью различных методов агрегирования по каждой ценной бумаге $stock$, будем использовать функционал абсолютной ошибки прогнозирования (mean absolute error (MAE))

$$MAE_{stock}(CRev_{forecast}) = \frac{1}{N} \sum_t |CRev_{real}(stock, t) - CRev_{forecast}(stock, t)|,$$

в котором прогнозное значение относительной цены акции вычисляется одним из описанных выше методов:

- консенсус - прогноз;
- \underline{E} , нижняя граница математического ожидания, полученная с помощью правила агрегирования Демпстера или правила дисконтирования;
- \overline{E} , верхняя граница математического ожидания, полученная с помощью правила агрегирования Демпстера или правила дисконтирования;
- $E_0 = \frac{1}{2}(\underline{E} + \overline{E})$, середина интервала математического ожидания, полученная с помощью правила агрегирования Демпстера или правила дисконтирования.

Также была введена средняя абсолютная ошибка по всем бумагам для различных методов агрегирования:

$$MAE(CRev_{forecast}) = \frac{1}{M} \sum_{stock} MAE_{i,stock} (CRev_{forecast}),$$

где $M = |stock|$ – число различных бумаг.

5 Результаты

На рисунках 1 – 8 представлены результаты прогнозирования с помощью рассмотренных выше методик цен акций компании Транснефть (TRNFP). На рисунках 1 и 2 представлены результаты применения правила комбинирования Демпстера с выбором наименее конфликтных источников и выбором наиболее надежных источников соответственно. Рисунки 3 – 5 представляют результаты применения дисконтирования при оптимистичном, нейтральном и пессимистичном отношении к новым источникам соответственно и без цензуры старых источников. А на рисунках 6 – 8 показаны результаты комбинирования «с цензурой» ($\alpha = 0.75$) в случаях оптимистичного, нейтрального и пессимистичного отношения к новым источникам соответственно.

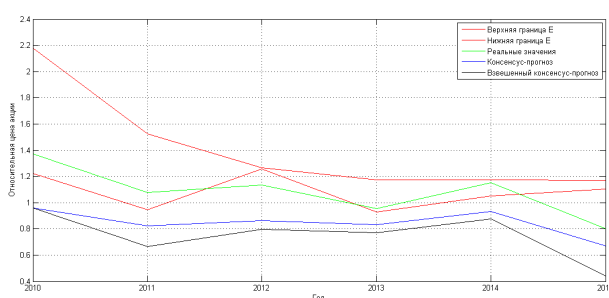


Рисунок 1. Результаты комбинирования свидетельств с выбором наименее конфликтных источников для акции TRNFP

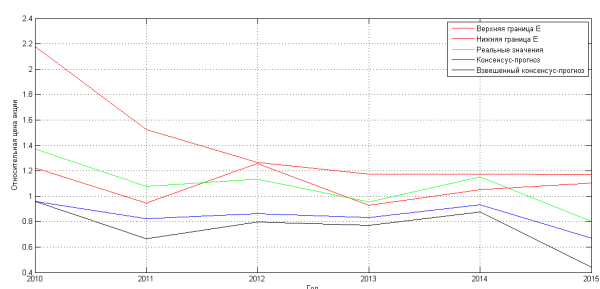


Рисунок 2. Результаты комбинирования свидетельств с выбором наиболее надежных источников для акции TRNFP

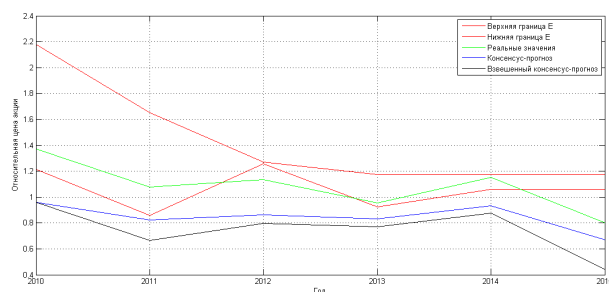


Рисунок 3. Результаты комбинирования свидетельств с дисконтированием при оптимистичном отношении к новым источникам для акции TRNFP

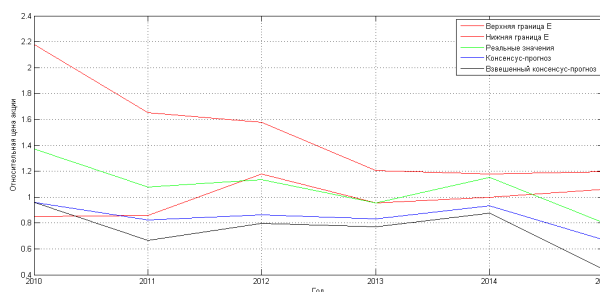


Рисунок 4. Результаты комбинирования свидетельств с дисконтированием при нейтральном отношении к новым источникам для акции TRNFP



Рисунок 5. Результаты комбинирования свидетельств с дисконтированием при пессимистичном отношении к новым источникам для акции TRNFP

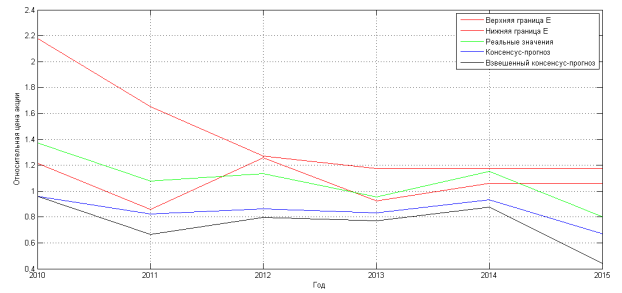


Рисунок 6. Результаты комбинирования свидетельств с дисконтированием при оптимистичном отношении к новым источникам и «с цензурой» $\alpha = 0.75$ для акции TRNFP

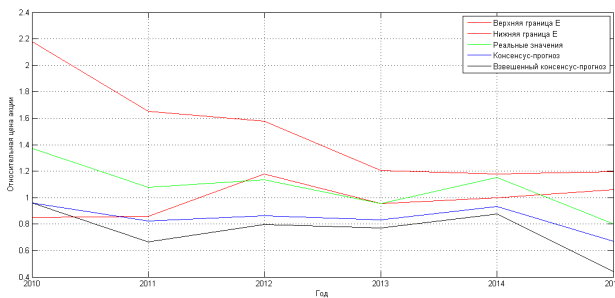


Рисунок 7. Результаты комбинирования свидетельств с дисконтированием при нейтральном отношении к новым источникам и «с цензурой» $\alpha = 0.75$ для акции TRNFP

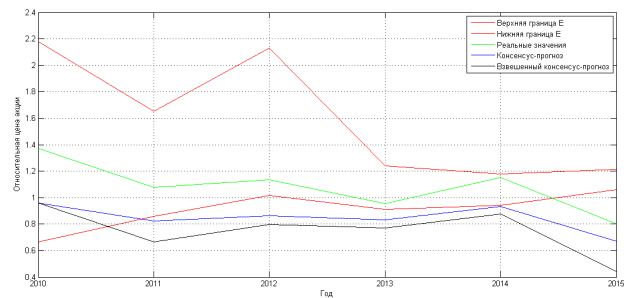


Рисунок 8. Результаты комбинирования свидетельств с дисконтированием при пессимистичном отношении к новым источникам и «с цензурой» $\alpha = 0.75$ для акции TRNFP

Результаты вычисления абсолютной ошибок прогнозов по каждой бумаге и средней абсолютной ошибки по всем ценным бумагам представлены в Таблице 1 Приложения. Консенсус-прогноз оказался точнее всех остальных методов только для трех акций (GAZP, MAGN, URKA), в остальных случаях один из методов агрегирования, основанных на теории Демпстера-Шейфера, оказывался точнее консенсус-прогноза. Результаты вычисления абсолютной ошибки для каждой акции для правила дисконтирования при оптимистичном и нейтральном отношении к новым источникам без введения порогового значения достоверности и с пороговым значением мало отличаются друг от друга. Для пессимистичного отношения к новым источникам с пороговым значением достоверности и без него отличие более существенно, прогнозное значение \underline{E} оказывается в большинстве случаев более точным без введения цензуры, а оценка E_0 напротив, более точна при цензурировании. Что касается сравнения точности оценок, полученных с помощью правила Демпстера, то при выборе наименее конфликтных источников оценки \underline{E} и \bar{E} оказываются более точными для большего числа рассмотренных акций. Оценки \underline{E} и E_0 , полученные с помощью выбора наименее конфликтных источников для большего числа акций, оказались точнее аналогичных оценок на основе правила дисконтирования при условии ней-

трального или пессимистичного отношения к новым источникам. При позитивном отношении к новым источникам и дисконтировании оценка \underline{E} оказалась точнее аналогичной оценки без дисконтирования, оценки E_0 и \bar{E} точнее для правила Демпстера без дисконтирования. Не менее чем для половины акций самой точной оценкой оказалась \underline{E} , полученная с помощью одной из стратегий комбинирования на основе правила Демпстера. Наименьшую среднюю ошибку по всем рассмотренным акциям имеют оценки, полученные с использованием дисконтирования при позитивном отношении к новым источникам и при отсутствии цензуры, и оценки, полученные по правилу Демпстера при выборе наименее конфликтных источников.

Сравнение результатов комбинирования, полученных методом дисконтирования при разных сценариях отношения к новым источникам и при отсутствии порогового значения надежности и с его наличием не показывают значимых отличий. При этом интервалы математического ожидания сравнительной цены акции шире, чем для правила комбинирования Демпстера.

6 Заключение

Главной целью данного исследования было сравнение результатов применения консенсус-метода и метода, основанного на теории Демпстера-Шейфера. Наиболее точными агрегированными оценками в большинстве случаев оказались нижние границы или средние значения интервала математического ожидания относительной цены, полученные с помощью правила Демпстера с дисконтированием. Однако, опираясь на полученные результаты невозможно однозначно сказать, какая из рассмотренных стратегий комбинирования на основе правила Демпстера является наиболее универсальной и точной.

Вместе с тем, теория свидетельств позволяет не только находить комбинированные оценки прогнозов и рекомендаций финансовых аналитиков, но и на той же методической основе анализировать конфликтность агрегируемых прогнозов, степень их неопределенности, учитывать надежность источников, выбирать правила комбинирования в соответствии с оптимистичностью или пессимистичностью лиц принимающих решение и т.д.

В плане дальнейших исследований представляет интерес использование для агрегирования не только правила Демпстера, но и других правил теории свидетельств, полнее отражающих характер решений (например, пессимистичность-оптимистичность), формирование «портфеля» агрегируемых источников исходя из некоторых критериев оптимальности и ограничений на конфликтность, неопределенность и т.д.

Список литературы

1. Болотин Г. Анализ прогнозирующей способности финансовых аналитиков на российском фондовом рынке// Вестн. Чуваш. ун-та, 2010, 4, 307-315.
2. Евстратчик С.В., Мегорская О.В. Сравнение эконометрических и экспертных прогнозов динамики финансовых показателей// Вестн. С.-Петербур. ун-та, 2011, 5(1), 130-139.
3. Заверский С., Кононова В. Рекомендации аналитиков на рынке корпоративных облигаций// Рынок ценных бумаг, 2006, 3.
4. Уткин Л.В. Анализ риска и принятие решений при неполной информации. – СПб.: Наука, 2007.
5. Autchariyapanitkul K., Chanaim S., Sriboonchitta S., Denoeux T. Predicting Stock Returns in the Capital Asset Pricing Model Using Quantile Regression and Belief Functions// F. Cuzzolin (Ed.): BELIEF 2014, LNAI 8764, Springer, 2014, 219–226.
6. Barber B., Lehavy R., McNichols M., Trueman B. Buys, holds, and sells: The distribution of investment banks' stock ratings and the implications for the profitability of analysts' recommendations// Journal of Accounting and Economics, 2006, 41, 87-117.
7. Barber B.M., Lehavy R., Trueman B. Comparing the stock recommendation performance of investment banks and independent research firms// Journal of Financial Economics, 2007, 85, 490–517.
8. Berkman H., Yang W. Analyst Recommendations and International Stock Market Returns// July 1, 2016. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2811871>
9. Bradley D., Clarke J., Cooney J. The impact of reputation on analysts' conflicts of interest: Hot versus cold markets// Journal of Banking & Finance, 2012, 36, 2190–2202.
10. Bronevich A., Lepskiy A., Penikas H. The Application of Conflict Measure to Estimating Incoherence of Analyst's Forecasts about the Cost of Shares of Russian Companies// Proc. Comp. Sc., 2015, 55, 1113–1122.
11. Bronevich A., Lepskiy A., Penikas H. An Analysis of Coherence of Financial Analysts' Recommendations in the Framework of Evidence Theory// Proc. of the 2nd Int. Workshop on Soft Comp. Appl. Knowledge Discov. (SCAKD 2016), HSE, Moscow, 18 July 2016, CEUR-Workshop, 1687, 12–23.
12. Brown L.D., Kim K. Timely aggregate analyst forecasts as better proxies for market earnings expectations// Journal of Accounting Research, 1991, 29, 382-385.
13. Clement M.B. Analyst forecast accuracy: Do ability, resources, and portfolio complexity matter?// Journal of Accounting and Economics, 1999, 27(3), 285-303.
14. Dempster A.P. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping// Ann. Math. Stat., 1967, 38(2), 325–339.
15. Dubois D., Prade H. On the combination of evidence in various mathematical frameworks// Flamm, J., Luisi, T. (eds.) Reliability Data Collection and Analysis. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1992, 213-241.
16. Ertimur Y., Sunder J., Sunder S.V. Measure for measure: The relation between forecast accuracy and recommendation profitability of analysts// Journal of Accounting Research, 2007, 45(3), 567-606.
17. Farooq O. Information Content of Analyst Recommendations: Evidence from the Danish Biotechnology Sector// The Journal of Applied Business Research 2016, 32(2), 379-386.
18. Faias J. Predicting Influential Recommendation Revisions// (January 6, 2015). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2712021>

19. Howe J.S., Unlu E., Yan X. The Predictive Content of Aggregate Analyst Recommendations// *Journal of Accounting Research*, 2009, 47(3), 799-821.
20. Hsieh J., Ng L.K., Wang Q. How Informative are Analyst Recommendations and Insider Trades?// (April 12, 2005). AFA 2006 Boston Meetings Paper. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=687584>
21. Huang J., Mian G.M., Sankaraguruswamy S. The value of combining the information content of analyst recommendations and target prices// *Journal of Financial Markets*, 2009, 12, 754–777.
22. Kanjanatarakul O., Sriboonchitta S., Denoeux T. Forecasting using belief functions: An application to marketing econometrics// *International Journal of Approximate Reasoning*, 2014, 55(5), 1113-1128.
23. Kanne S., Klobucnik J., Kreutzmann D., Sievers S. To buy or not to buy? The value of contradictory analyst signals // *Financ Mark Portf Manag*, 2012, 26, 405–428.
24. Kim O., Lim S.C., Shaw K.W. The inefficiency of the mean forecast as a summary forecast of earnings// *Journal of Accounting Research*, 2001, 39, 329–336.
25. Marinelli C., Weissensteiner A. On the relation between forecast precision and trading profitability of financial analysts// *Journal of Financial Markets*, 2014, 20, 39-60.
26. Pacelli J. Integrity Culture and Analyst Forecast Quality// *Kelley School of Business Research Paper*, May, 2016, No. 15-57. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2641041>
27. Ramnath S., Rock S., Shane P. Financial analysts' forecasts and stock recommendations: A review of the research// *Foundations and Trends in Finance*, 2008, 2(4), 311-421.
28. Sentz K., Ferson S. Combination of evidence in Dempster-Shafer theory// Report SAND 2002-0835, Sandia National Labor., 2002.
29. Shafer G. *A Mathematical Theory of Evidence*. – Princeton Univ. Press, 1976.
30. Xu Y., Wu L., Wu X., Xu Z. Belief Fusion of Predictions of Industries in China's Stock Market// Cuzzolin (Ed.): *BELIEF 2014*, LNAI 8764, pp. 348-355, 2014.

Таблица 1. Результаты расчета ошибок MAE_{stock} и MAE .

MAE_{stock}	Завешенный консенсус-прогноз	Консенсус-прогноз	E правильно дисконт. при оптимист. сценарии без цензуры	E дисконт. при оптимист. сценарии без цензуры	E_0 дисконт. при оптимист. сценарии без цензуры	E дисконт. при нейтральном сценарии без цензуры	E дисконт. при нейтральном сценарии без цензуры	E_0 дисконт. при нейтральном сценарии без цензуры	E дисконт. при пессимист. сценарии без цензуры	E дисконт. при пессимист. сценарии без цензуры	E_0 дисконт. при пессимист. сценарии без цензуры	E дисконт. при оптимист. сценарии $\alpha = 0.75$	E дисконт. при оптимист. сценарии $\alpha = 0.75$	E_0 дисконт. при оптимист. сценарии $\alpha = 0.75$	E дисконт. при нейтральном сценарии $\alpha = 0.75$	E дисконт. при нейтральном сценарии $\alpha = 0.75$	E_0 дисконт. при нейтральном сценарии $\alpha = 0.75$	E дисконт. при пессимист. сценарии $\alpha = 0.75$	E дисконт. при пессимист. сценарии $\alpha = 0.75$	E_0 дисконт. при пессимист. сценарии $\alpha = 0.75$	E выбор неконфликт. источников	E Выбор неконфликт. источников	E_0 выбор неконфликт. источников	E выбор достоверных источников	E выбор достоверных источников	E_0 выбор достоверных источников	
GAZP	0,941	0,456	0,686	0,715	0,653	0,745	0,772	0,711	0,774	0,806	0,743	0,694	0,700	0,642	0,752	0,757	0,700	0,708	0,853	0,726	0,572	0,632	0,600	0,601	0,769	0,642	GAZP
LKOH	0,499	0,270	0,190	0,990	0,590	0,234	0,918	0,524	0,248	0,908	0,510	0,187	0,990	0,588	0,231	0,918	0,523	0,255	0,907	0,501	0,242	0,557	0,399	0,232	0,933	0,583	LKOH
ROSN	0,587	0,412	0,153	0,486	0,302	0,194	0,529	0,265	0,269	0,520	0,218	0,153	0,485	0,301	0,196	0,529	0,264	0,351	0,499	0,170	0,157	0,480	0,302	0,157	0,480	0,302	ROSN
SBER	0,550	0,413	0,137	0,539	0,330	0,178	0,633	0,349	0,213	0,668	0,342	0,136	0,534	0,327	0,176	0,627	0,345	0,256	0,677	0,318	0,146	0,569	0,351	0,166	0,488	0,308	SBER
MAGN	0,298	0,205	0,385	0,937	0,661	0,347	1,014	0,681	0,303	1,011	0,657	0,385	0,937	0,661	0,347	1,014	0,681	0,277	0,978	0,628	0,436	0,862	0,649	0,436	0,862	0,649	MAGN
SNGSP	0,485	0,332	0,327	0,840	0,546	0,243	1,037	0,598	0,155	1,134	0,600	0,327	0,840	0,546	0,265	1,039	0,610	0,114	0,884	0,432	0,337	0,701	0,483	0,337	0,701	0,483	SNGSP
GMKN	0,512	0,460	0,382	0,673	0,447	0,349	0,672	0,345	0,339	0,715	0,300	0,382	0,673	0,447	0,349	0,672	0,345	0,328	0,702	0,290	0,336	0,404	0,290	0,390	0,575	0,402	GMKN
VTBR	0,637	0,249	0,451	0,376	0,344	0,525	0,273	0,286	0,586	0,219	0,289	0,451	0,376	0,344	0,525	0,273	0,286	0,633	0,184	0,333	0,441	0,400	0,341	0,441	0,400	0,341	VTBR
TRNFP	0,330	0,234	0,146	0,356	0,180	0,199	0,416	0,180	0,230	0,462	0,185	0,146	0,356	0,180	0,199	0,416	0,180	0,259	0,517	0,203	0,138	0,333	0,181	0,138	0,333	0,181	TRNFP
TATN	0,568	0,300	0,198	0,998	0,589	0,183	1,027	0,596	0,170	1,037	0,595	0,230	1,047	0,630	0,210	1,080	0,636	0,204	1,081	0,589	0,243	0,781	0,505	0,243	0,781	0,505	TATN
MTSS	0,516	0,371	0,268	0,352	0,249	0,390	0,397	0,259	0,473	0,435	0,277	0,268	0,352	0,249	0,390	0,397	0,259	0,545	0,417	0,311	0,309	0,289	0,299	0,309	0,289	0,299	MTSS
CHMF	0,311	0,203	0,170	0,369	0,227	0,196	0,405	0,222	0,200	0,472	0,248	0,170	0,369	0,227	0,194	0,406	0,221	0,203	0,567	0,286	0,230	0,364	0,297	0,222	0,356	0,280	CHMF
ALRS	0,216	0,140	0,119	0,204	0,116	0,156	0,308	0,160	0,186	0,348	0,167	0,119	0,204	0,116	0,155	0,309	0,159	0,211	0,351	0,159	0,114	0,318	0,188	0,114	0,318	0,188	ALRS
NVTK	0,236	0,395	0,280	0,396	0,196	0,280	0,495	0,149	0,305	0,583	0,198	0,280	0,396	0,196	0,280	0,495	0,149	0,316	0,612	0,221	0,314	0,242	0,240	0,256	0,244	0,212	NVTK
AFLT	0,123	0,033	0,477	0,186	0,222	0,552	0,365	0,193	0,612	0,533	0,183	0,477	0,186	0,222	0,552	0,365	0,193	0,642	0,612	0,208	0,454	0,088	0,262	0,454	0,088	0,262	AFLT
URKA	0,600	0,523	0,504	0,216	0,357	0,654	0,285	0,339	0,713	0,370	0,332	0,504	0,216	0,357	0,654	0,285	0,339	0,746	0,413	0,326	0,396	0,446	0,355	0,495	0,257	0,376	URKA
MAE	0,463	0,312	0,305	0,539	0,376	0,339	0,597	0,366	0,361	0,639	0,365	0,307	0,541	0,377	0,342	0,599	0,368	0,378	0,641	0,356	0,304	0,467	0,359	0,312	0,492	0,376	$err(p)$